

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN



PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS ELECTROMAGNÉTICO DE CÉLULAS TEM
MEDIANTE TÉCNICAS DE AJUSTE DE CAMPO

Gerardo Pérez Palomino

Madrid, 2009



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
DEPARTAMENTO DE ELECTROMAGNETISMO Y TEORÍA DE CIRCUITOS

PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS ELECTROMAGNÉTICO DE CÉLULAS TEM MEDIANTE TÉCNICAS DE AJUSTE DE CAMPO

Autor:
Gerardo Pérez Palomino

Tutor:
Juan Enrique Page de la Vega
Doctor Ingeniero de Telecomunicación
Catedrático de Universidad

Madrid, 2009

Proyecto fin de carrera: Análisis electromagnético de células TEM mediante técnicas de ajuste de campo

Autor: Gerardo Pérez Palomino

Tutor: Juan Enrique Page de la Vega
Doctor Ingeniero de Telecomunicación
Catedrático de Universidad

Departamento: Electromagnetismo y Teoría de Circuitos
Universidad Politécnica de Madrid

El Tribunal de Calificación, compuesto por:

PRESIDENTE:

VOCAL:

SECRETARIO:

Acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de:

Madrid, a de de 2009.

Agradecimientos

A mis padres, por el apoyo que me han brindado.

Quisiera agradecer también al Departamento de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos la ayuda y dedicación que de todos ellos he recibido. Especialmente, quería agradecer a mi tutor todo el tiempo que me ha prestado y sobre todo su paciencia.

Resumen

Una célula TEM es un sistema concebido para conseguir en una determinada zona del espacio un campo electromagnético de forma controlada cuyo comportamiento tienda lo más posible al de una onda plana aprovechando para ello ciertas propiedades asociadas al modo TEM.

En este proyecto se analizan, desde el punto de vista electromagnético, algunos tipos de células TEM. Tras una breve descripción de las diferentes geometrías que éstas pueden tomar y de las aplicaciones asociadas a las mismas, se estudian algunas de las técnicas de ajuste de campo (Resonancia Transversal y Ajuste Modal) con el fin de obtener los conocimientos necesarios para implementar una herramienta computacional que permita la determinación electromagnética completa "Full-Wave" del problema planteado. Una vez desarrollada, se emplearán los resultados derivados de la misma para analizar ciertos fenómenos que se producen en este tipo de sistemas y que nos aportará un conocimiento profundo sobre los mismos con vista a concebir estrategias de diseño que permitan optimizar su funcionamiento.

Palabras Clave: célula TEM, onda plana, ajuste modal, resonancia transversal, modos, resonancias, convergencia, comunicaciones

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	V
Lista de Tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento general y objetivos	1
1.2. ¿Por qué ajuste modal?	2
1.3. Estructura del proyecto	3
I Las Células TEM	5
2. Células TEM: Estructuras y Aplicaciones	7
2.1. Estructuras	7
2.1.1. La célula TEM simétrica	7
2.1.2. La célula GTEM	9
2.1.3. Otras Estructuras	10
2.2. Aplicaciones	12
II Métodos de Ajuste de Campo	15
3. Análisis electromagnético de guías de onda cilíndricas mediante RTG	17
3.1. Introducción	17
3.2. Planteamiento matemático	19
3.2.1. Separación de variables en la ecuación de Helmholtz. Segmentación . .	19
3.2.2. Análisis de simetrías	24
3.3. La técnica de la Resonancia Transversal Generalizada	26
3.3.1. Expresiones de los potenciales	27
3.3.2. Matriz S de una discontinuidad transversal	28
3.3.3. Enlace de discontinuidades y ecuación característica	32
3.3.4. Convergencia	34
3.3.5. Aspectos a considerar en RTG	34
3.4. Análisis del coaxial rectangular	35
3.4.1. Geometría y simetrías	35
3.4.2. Convergencia	35
3.4.3. Resultados	39
3.4.4. Caso Particular: Stripline	44

3.5. Análisis de líneas acopladas	47
3.5.1. Geometría y simetrías	47
3.5.2. Resultados	47
4. Caracterización de discontinuidades $z=cte$ mediante Ajuste Modal	49
4.1. Introducción	49
4.2. Método de Ajuste Modal	50
4.2.1. Desarrollo Matemático	50
4.2.2. Propiedades de la matriz GSM. Normalización	53
4.2.3. Enlace de discontinuidades y convergencia	54
4.2.4. Matrices de cruce. Simetrías	54
4.3. Análisis de discontinuidades en coaxial rectangular	58
4.3.1. Cambio de conductor interior	58
4.3.2. Cambio de conductor exterior	61
4.3.3. Discontinuidad general	63
4.3.4. Enlace de discontinuidades. Convergencia	69
5. Análisis de dispositivos basados en el coaxial rectangular	71
5.1. Introducción	71
5.2. Filtro Paso Bajo con aproximación de línea corta	71
5.3. Adaptador Klopfenstein	74
III Análisis Electromagnético de Células TEM	77
6. Análisis electromagnético de células TEM simétricas	79
6.1. Introducción	79
6.2. Geometría	80
6.3. Convergencia y respuesta en frecuencia	82
6.4. Estructura modal del campo. Análisis de los resultados	89
6.4.1. Comportamiento monomodo	89
6.4.2. Comportamiento multimodo	93
7. Análisis electromagnético de células GTEM	107
7.1. Introducción	107
7.2. Geometría	107
7.3. Convergencia	109
7.4. Respuesta en frecuencia. Análisis de los resultados	109
7.4.1. Respuesta en frecuencia	109
7.4.2. Comportamiento monomodo	111
7.4.3. Comportamiento multimodo	114
8. Análisis electromagnético de células TEM simétricas con obstáculo	115
8.1. Introducción	115
8.2. Geometría	115
8.3. Respuesta en frecuencia. Análisis de los resultados	117
9. Conclusiones y líneas futuras	125
9.1. Conclusiones	125
9.2. Líneas futuras	126

IV	Apéndices	129
A.	Relaciones matemáticas y teoremas de interés	131
A.1.	Teoría de Sturm-Liouville	131
A.2.	Relaciones matriciales e integrales empleadas	132
B.	Autofunciones para modos TE, TM y TEM. Normalización.	135
B.1.	Modos TE	135
B.2.	Modos TM y TEM	136
B.3.	Normalización	138
C.	Método de Galerkin para RTG	139
D.	MM: Formulación mediante guía ficticia que contiene a las de entrada y salida	145
E.	Integrales de cruce en técnicas híbridas RTG-MM	149
	Bibliografía	153

Índice de figuras

1.1. Estructura de una célula TEM simétrica	2
2.1. a) Partes en que se divide una célula TEM simétrica b) Célula TEM simétrica real	7
2.2. Campo electromagnético y curvas equipotenciales en un coaxial rectangular (región central de la célula TEM simétrica)	8
2.3. a) Estructura de una célula GTEM b) Célula GTEM real	9
2.4. Corte longitudinal de una célula GTEM	10
2.5. a) Vista real de una célula TEM stripline b) Campo eléctrico y curvas equipotenciales en un sistema stripline	11
2.6. a) Estructura de una célula DTEM b) Diseño real de una célula DTEM	11
2.7. a) Estructura de una célula 3D-TEM b) Diseño real de una célula 3D-TEM	12
2.8. a) Configuración para medida de susceptibilidad electromagnética b) Configuración para medida de la emisión electromagnética	13
3.1. a) Secciones transversales formada por regiones separables en cartesianas y cilíndricas b) Sección transversal no separable	20
3.2. Región separable con condiciones de contorno arbitrarias en planos $x = cte$ y con condiciones PEC/PMC en $y = cte$	21
3.3. a) Sección transversal arbitraria con un plano de simetría en $x = 0$. b) Problemas resultantes de la descomposición par e impar de la sección transversal de la figura a).	24
3.4. Distribución de campo eléctrico y magnético para modos pares e impares en una estructura arbitraria simétrica respecto de un plano $x = 0$	26
3.5. Sección transversal caracterizable mediante la técnica de la RTG para sistemas coordenados cartesianos.	27
3.6. a) Discontinuidad transversal cuyo gap coincide con la altura de la región de salida b) Discontinuidad transversal genérica c) Discontinuidad transversal multipuerta	29
3.7. Parámetros implicados en la unión en cascada de dos matrices GSMx	33
3.8. a) Coaxial rectangular genérico con un plano de simetría en $x = 0$ b) Semi-problemas resultantes de la descomposición par e impar de la figura a)	35
3.9. Impedancia característica en función del número de términos de la segunda región (N_2) para distintas relaciones N_2/N_1 (Figura 3.8)	36
3.10. $ E_y $ normalizado en la discontinuidad entre las regiones 1 y 2 (2 y 3) para el modo fundamental. $N_2 = 10$	37
3.11. $ E_y $ normalizado en la discontinuidad entre las regiones 1 y 2 (2 y 3) para el modo fundamental. $N_2 = 20$	38
3.12. Convergencia de las frecuencias de corte de algunos modos superiores	39

3.13. Impedancia característica normalizada para diferentes valores de espesor y anchura del conductor. $A/B = 0,39$ y $L = B/2$ (caso centrado).	40
3.14. Valores normalizados de W y L que proporcionan una determinada impedancia objetivo normalizada ($Z_0\sqrt{\epsilon_r}$) para un coaxial de dimensiones $A = 2B$, $T/B = 0,002$	41
3.15. Frecuencias de corte normalizadas en función de la anchura del conductor interior para un coaxial centrado de dimensiones $A = 0,39B$, $T/B = 0,051$	42
3.16. Distribución de campo eléctrico de los primeros modos del coaxial rectangular centrado de dimensiones $A = 2B$, $W/A = 0,5$ y $T/B = 0,051$,	43
3.17. Frecuencias de corte normalizadas en función de la altura del conductor interior (caso descentrado) que mantiene el valor de impedancia constante a 50Ω	44
3.18. Variación de A/W (W fijo) que proporciona 50Ω para $B = 3 \text{ mm}$, $T/B = 0,005$.	45
3.19. Impedancia característica normalizada en función de la anchura de la strip (stripline)	46
3.20. Estructuras típicas de líneas acopladas en coaxial rectangular	46
3.21. Valores normalizados de anchura y separación que proporcionan una determinada impedancia par normalizada.	47
4.1. Discontinuidad entre dos guías cuya propagación se realiza en el eje z .	50
4.2. Discontinuidad formada por dos secciones de guía simétricas respecto a $x = 0$ con condiciones PEC/PMC en las fronteras.	57
4.3. Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde sólo varía la anchura del conductor interior.	58
4.4. Error del parámetro S_{11} para el modo fundamental en función del número de modos de la guía cuya sección equivale a la apertura (guía de salida)	59
4.5. $ S_{11} $, $ S_{21} $ del modo fundamental calculados mediante MM y CST para la discontinuidad de cambio de conductor interior.	60
4.6. Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde sólo varían dimensionalmente los conductores exteriores.	61
4.7. Error del parámetro S_{11} del modo fundamental en función del número de modos cuya sección equivale a la apertura (guía de salida)	62
4.8. $ S_{11} $, $ S_{21} $ del modo fundamental calculados mediante MM y CST para la discontinuidad de cambio de conductor exterior.	62
4.9. a) Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde cambian a la vez los conductores interiores y exteriores. b, c) Esquemas de determinación de la discontinuidad mediante el procedimiento de enlace.	63
4.10. Caso 1. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).	65
4.11. Caso 2. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).	65
4.12. Caso 3. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).	66
4.13. Caso 4. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).	66

4.14. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos en la guía de entrada (N_m) y del número de términos de representación del campo en la apertura (N_{term}) (casos 1 y 3)	67
4.15. Coeficiente de reflexión (S_{11}) del modo fundamental de la discontinuidad general	68
4.16. Variación del error en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferentes valores de longitud del enlace, L	69
5.1. a) Estructura del filtro cuya variación de impedancia es producida por la variación del conductor interior. b) Estructura del filtro cuya variación de impedancia es producida por la variación de ambos conductores.	72
5.2. Respuesta del Filtro paso-bajo de la figura 5.1 a) para el modo fundamental.	72
5.3. Respuesta del Filtro paso-bajo de la figura 5.1 b) para el modo fundamental.	73
5.4. Perfil de impedancias del adaptador Klopfenstein en función de la longitud normalizada de la sección. $L_{m\acute{a}x} = 84,675$ mm	75
5.5. Estructura del adaptador Klopfenstein diseñado.	76
5.6. Respuesta en frecuencia del Klopfenstein diseñado para 12 muestras	76
6.1. a) Estructura de una célula TEM simétrica. b) Corte longitudinal por plano $y=0$ de la figura a)	79
6.2. Frecuencias de corte de los modos de la región central para las dimensiones empleadas. Se resaltan el ancho de banda monomodo de la célula y el ancho de banda monomodo del coaxial rectangular que forma la región central.	81
6.3. Perfil continuo normalizado del conductor interior a la longitud de la pirámide que consigue mantener la impedancia de la estructura a 50Ω . (Caso centrado) Vista en planta.	82
6.4. a) Muestreo simple b) Muestreo doble (Vista en planta de los perfiles de los conductores)	83
6.5. Parámetros de convergencia del problema completo de la célula TEM simétrica.	84
6.6. Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 200$ mm (figura 6.9 b).	87
6.7. Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 400$ mm. (figura 6.9 a)	87
6.8. Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 80$ mm. (figura 6.9 c)	88
6.9. Corte del plano $x = 0$ para las tres longitudes de pirámides analizadas.	88
6.10. Respuesta en frecuencia para el modo fundamental de la célula TEM considerada ($L_p = 200$ mm, $L_c = 150$ mm)	90
6.11. Módulo del coeficiente de reflexión de la célula TEM para el modo fundamental y fase de éste para la estructura mitad (A)	91
6.12. Descomposición de la célula en dos estructuras simétricas	91
6.13. a) Distribución de campo eléctrico del modo TEM en la región central. b) Sección transversal de la región central de la célula TEM considerada ($A_c = B_c = 160$ mm; $W_c = 131,2$ mm, $T = 2$ mm, $h = (B_c - T)/2$)	92
6.14. Amplitud relativa del campo eléctrico para el modo TEM en la zona limitada por el conductor interior (figura 6.13 b))	92
6.15. Semiproblema resultante de la descomposición de la célula TEM a través de su plano de simetría	95
6.16. Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del primer modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).	96

6.17. Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del segundo modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).	97
6.18. Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del tercer modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).	97
6.19. Fases del coeficiente de reflexión propio de los modos fundamental y segundo superior en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15)	98
6.20. Módulos de los coeficientes de reflexión propios de los tres primeros modos superiores en la región central del semiproblema A (Figura 6.15).	98
6.21. Coeficiente de transmisión entre el TEM y los tres primeros modos superiores que se generan para el semiproblema A (Figura 6.15).	99
6.22. Coeficiente de transmisión entre el TEM y los tres primeros modos superiores que se generan para el semiproblema A (Figura 6.15), para el caso del alargamiento de la pirámide considerado ($L_p = 400$ mm)	100
6.23. Campo eléctrico en la región central de la célula considerada. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)	101
6.24. Campo magnético en la región central de la célula considerada. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)	101
6.25. Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = 1,3$ GHz .	102
6.26. Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = f_{r1} = 1,606$ GHz	103
6.27. Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = f_{r4} = 2,188$ GHz	103
6.28. Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = 2,8$ GHz .	104
6.29. Campo eléctrico en la región central para el alargamiento piramidal considerado $L_p = 400$ mm. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)	105
6.30. Campo magnético en la región central para el alargamiento piramidal considerado $L_p = 400$ mm. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)	105
7.1. a) Estructura general de una célula GTEM. b) Corte longitudinal ($x=0$) de la figura a). c) Corte longitudinal ($x=0$) de la figura b)	108
7.2. a) Diferentes equivalencias del problema. b) Estructura de la célula GTEM considerada.	110
7.3. Reflexión (S_{11}) del modo fundamental en la puerta de entrada de la célula GTEM considerada (figura 7.2 b)	110
7.4. Frecuencias de corte de los cuatro primeros modos que se generan (pares-pares respecto a $x=0$ e $y=0$) en función de z (modos de las regiones locales en que se puede dividir la célula GTEM considerada, $L_p = 400$ mm, mediante planos $z = \text{cte}$)	112
7.5. a) Última muestra de la célula GTEM (corte por $x=0$, $y_L = 75,5$ mm, $z_L = L_p/N_{muestras} = 10$ mm). b) Componentes z e y ($y>0$) del campo eléctrico en la muestra de a) para un corte de la misma por el plano $x=0$. ($f = 0,5$ GHz, Fase $\phi = 0^\circ$)	113
7.6. Potencias transmitidas por cada uno de los modos respecto a la incidente en la última muestra de la célula GTEM considerada.	114
8.1. a) Sección transversal de la región donde es colocado el objeto. b) Corte longitudinal ($y=0$) de la célula rellena con el objeto considerado	116

8.2.	Respuesta en frecuencia del modo fundamental (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 a) (caso longitudinalmente centrado, $z = L_p + L_c/2$, figura 8.1 b)	118
8.3.	Respuesta en frecuencia del modo fundamental (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 a) (casos longitudinalmente descentrados, $z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)	119
8.4.	Fases del coeficiente de reflexión propio de los modos fundamental, primero y segundo superiores en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15), para el caso en que la célula está llena con el obstáculo tomado (figura homóloga a 6.19)	119
8.5.	Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$), para la célula rellena con el objeto. $f = 1,31$ GHz	120
8.6.	a) Objeto que conserva las dos simetrías de la célula TEM. b) Objeto que conserva una de las simetrías de la célula TEM. c) Objeto que no conserva ninguna simetría de la célula TEM	120
8.7.	Respuesta en frecuencia (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 b). Respuesta calculada mediante CST para los casos longitudinalmente centrado ($z = L_p + L_c/2$) y descentrado ($z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)	121
8.8.	Respuesta en frecuencia (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 c). Respuesta calculada mediante CST para los casos longitudinalmente centrado ($z = L_p + L_c/2$) y descentrado ($z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)	122
D.1.	Esquema de las guías que intervienen en el desarrollo de la formulación	145
E.1.	Discontinuidad formada por dos guías caracterizables por RTG.	149

Lista de Tablas

3.1. Ecuaciones y condiciones de contorno de los potenciales para modos TE, TM y TEM	18
3.2. Autofunciones para modos TE, TM y TEM con condiciones PEC/PMC para las series asociadas a los potenciales de los modos	28
3.3. Comparación entre las frecuencias de corte obtenidas mediante RTG para el coaxial rectangular centrado de dimensiones $A=6.1$ m, $B=7.3$ m, $W=4.06$ m, $T/B=0$	42
3.4. Valores normalizados de las frecuencias de corte del primer modo superior de la estructura acoplada para distintos valores normalizados de W y S	48
4.1. Integrales para los diferentes cruces que puede haber en un sistema homogéneo entre dos secciones, a y b (según la nomenclatura empleada hasta ahora, $b=m+1$ y $a=m$ para la discontinuidad contenida o $b=ap$, $a=m$ para el caso general)	56
6.1. Frecuencias de resonancia de los tres primeros modos superiores que se generan en la célula TEM considerada	95

Capítulo 1

Introducción

1.1. Planteamiento general y objetivos

Uno de los factores más importantes que han influido en el progreso tecnológico alcanzado hasta el momento es el amplio conocimiento que hemos adquirido sobre la interacción electromagnética. Debido a ese conocimiento la proliferación de sistemas electromagnéticos en nuestra sociedad ha sido y es un hecho.

Estos sistemas, ya sea porque así se pretenda (antenas, etc) o porque por diversas razones no estén perfectamente apantallados, actúan como fuentes radiantes de campo electromagnético que en ocasiones son lo suficientemente intensas como para influir en un determinado ente (electromagnético, biológico, etc) sobre el que inciden, variando su comportamiento.

Es por ello que se hace patente la necesidad de disponer de sistemas que tengan por objetivo el caracterizar dichas fuentes de forma controlada y que además permitan simular entornos electromagnéticos haciendo incidir un patrón de campo conocido en un determinado ente bajo prueba con el fin de analizar sus posibles influencias en el mismo.

Uno de los primeros y principales sistemas que se diseñaron con este fin fueron las cámaras anecoicas, en cuyo interior se establecen condiciones controladas de espacio libre (ondas electromagnéticas localmente planas con una determinada polarización sin interferencias externas) que permiten los objetivos anteriores. Éstas, en sus inicios, eran empleadas para caracterizar los sistemas radiantes existentes hasta el momento (antenas) y tenían un tamaño considerable que proporcionase las condiciones de espacio libre para dispositivos con distancias de campo lejano relativamente elevadas.

Conforme fue surgiendo la instrumentación, y por tanto, la necesidad de caracterizar elementos y simular entornos dimensionalmente más pequeños (fenómenos de compatibilidad electromagnética, irradiación, ...) se hizo imprescindible reducir el tamaño de las cámaras anecoicas para poder trabajar con niveles de potencia más asequibles. Esto, y el hecho de que uno de los principales inconvenientes de estas cámaras sea el elevado coste económico que acarrea su construcción debido en gran medida al enorme coste de los materiales anti-reflectantes necesarios para simular el espacio libre, condujo a concebir sistemas capaces de proporcionar prestaciones similares a los de las cámaras anecoicas, dimensionalmente más pequeños y con un coste de construcción menor. Así surgieron las células TEM.

Una célula TEM es un sistema diseñado para conseguir en una determinada zona del espacio un campo electromagnético cuyo comportamiento tienda lo más posible al de una onda plana aprovechando para ello ciertas propiedades asociadas al modo TEM. En su versión más clásica (ver figura 1.1) la estructura está compuesta por dos conductores, uno apantallando a otro, que establecen un sistema cameral (protegiendo el interior de interferencias externas) en cuyo interior se pueden generar modos TEM. Para éste, la transversalidad de los campos combinada con otras propiedades típicas de cada geometría, como la uniformidad y polarización, son

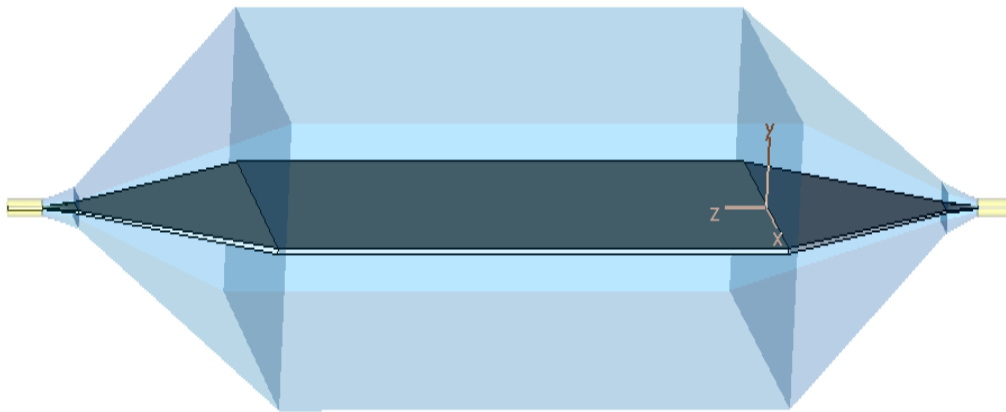


Figura 1.1: Estructura de una célula TEM simétrica

empleadas para conseguir condiciones controladas de espacio libre en zonas relativamente amplias dentro de la célula. Así se consiguen prestaciones similares a las de las cámaras anecoicas con costes de construcción menores.

No obstante, estas estructuras tienen la limitación de que sus dimensiones caracterizan el ancho de banda utilizable debido a la aparición de modos superiores al TEM con componentes que distorsionan el comportamiento del campo, por lo que se hace incompatible emplear estas estructuras a altas frecuencias en aplicaciones asociadas a entes de gran tamaño, dejándose este cometido a las cámaras anecoicas. Sin embargo las células TEM se han ido convirtiendo en un estándar de utilización en ciertas aplicaciones como estudios de compatibilidad electromagnética, dosimetría, etc, por lo que su análisis resulta de gran interés para adquirir conocimientos que permitan abordar una síntesis sobre todo optimizada en banda. Con ese fin, el objetivo del proyecto es el análisis electromagnético de las estructuras más típicas de este tipo de dispositivos mediante las técnicas de ajuste de campo.

1.2. ¿Por qué ajuste modal?

Se podría definir que las técnicas de ajuste de campo son aquellas que pretenden encontrar la solución numérica a un problema electromagnético mediante la obtención de unos parámetros asociados a los campos en unas determinadas regiones, a través de la imposición de ciertas condiciones que éstos deben cumplir. Ejemplos de este tipo de técnicas podrían ser la resonancia transversal ("Generalized Transverse Resonance" GTR), BCMM ("Boundary Contour Mode-Matching") o la técnica de ajuste modal ¹. De entre algunas de las estrategias conocidas de análisis electromagnético (elementos finitos, diferencias finitas, ajuste modal, etc), la elección del ajuste modal para el análisis que se va a efectuar se debe en gran medida a la información que ésta puede ofrecer del campo electromagnético existente en un determinado sistema.

Como bien es sabido, si una estructura cerrada puede describirse como una unión de segmentos para los cuales pueda asumirse simetría de traslación respecto a una variable coor-

¹Estas tres técnicas se caracterizan por la forma de describir el campo que interviene en el ajuste (todas ellas asociadas a unos parámetros). Así, para BCMM los campos a ajustar son expresados como superposición de ondas planas o cilíndricas, para ajuste modal como superposición de modos guiados y para resonancia transversal como suma de ondas transversales.

denada, el campo en cada uno de ellos puede ser descrito como una combinación lineal de estructuras matemáticamente más sencillas, los modos, dependientes directamente de las variables implicadas en el sistema: dimensiones y frecuencia. Como se verá en el capítulo 4, la estrategia de ajuste modal permite evaluar geometrías divisibles en segmentos donde todos conserven dicha simetría respecto a la misma variable; así, si en un determinado sistema puede realizarse dicha disgregación, ya sea de forma directa o a través de un modelo efectivo que lo permita, dicho método nos permitiría conocer el campo en toda la estructura a través de una descomposición más sencilla, adecuada para llegar a conocer en detalle ciertos fenómenos asociados con el campo que, mediante otros procedimientos que lo determinan de forma neta (elementos finitos, diferencias finitas, etc), no podrían comprenderse.

Como uno de nuestros fines es llegar entender un poco más en profundidad el comportamiento electromagnético de las células TEM, el método de ajuste modal se torna el más adecuado.

1.3. Estructura del proyecto

En el proyecto se pueden definir tres partes bien diferenciadas. La primera de ellas, llevada a cabo en el capítulo 2, consiste en una introducción de índole divulgativa a las células TEM en la que se describen sus geometrías más comunes así como sus posibles aplicaciones.

En la segunda parte, se realiza un estudio de las diferentes técnicas de ajuste de campo que ha servido para concebir una herramienta numérica con la que poder atacar el problema planteado. Mediante ésta se han analizado, desde el punto de vista electromagnético, las estructuras más características que suelen surgir en el análisis de células TEM, haciendo hincapié en un aspecto fundamental que tiene en cuenta la validez de los resultados obtenidos: la convergencia. Debido a que un corte transversal de cualquiera de las células que se van a considerar da como resultado una estructura de coaxial rectangular (ver figura 1.1), y a que la estrategia de ajuste modal implica el enlace adecuado de este tipo de geometrías, en el capítulo 3 se realiza un estudio de una técnica numérica, también basada en la idea de ajuste de campo, que permite, entre otros, la caracterización de éstas: la Resonancia Transversal Generalizada. Una vez descrita, se llevará a cabo una implementación numérica de la misma que se centrará en el coaxial rectangular, así como en aspectos relacionados con la convergencia de los resultados obtenidos. Tras ello, en el capítulo 4 se describirá el ajuste modal como método de análisis de estructuras segmentables en sistemas para los que se asuma simetría de translación en uno de los ejes coordenados, y que permitirá, a través de la concatenación de las estructuras analizadas anteriormente, llegar al objetivo principal del proyecto. Al igual que en el capítulo 3, se sintetizará la herramienta numérica adecuada que, además del análisis buscado, permita, mediante la evaluación de elementos estructurales más sencillos (discontinuidades), efectuar un estudio que nos proporcione datos acerca de la convergencia de los resultados obtenidos.

Tras una validación del software implementado (capítulo 5), la tercera parte (capítulos 6, 7, 8) se centrará en el análisis electromagnético de alguna de las células descritas en el capítulo 2, empleando para ello los resultados y conclusiones derivados de los capítulos predecesores en cuanto a la convergencia de los métodos implicados.

Los capítulos 6 y 7 se centrarán en estudiar las células TEM simétricas y GTEM bajo la restricción de que éstas se encuentren vacías, empleando el ajuste modal como fuente de información para explicar ciertos fenómenos que acontecen en su interior y que resultan de importancia para comprender su funcionamiento. Finalmente, el capítulo 8 se enfocará en los efectos que la introducción de un determinado objeto bajo test supone en el comportamiento normal de una de estas células, algo a tener en cuenta en el empleo de la misma.

Parte I

Las Células TEM

Capítulo 2

Células TEM: Estructuras y Aplicaciones

2.1. Estructuras

2.1.1. La célula TEM simétrica

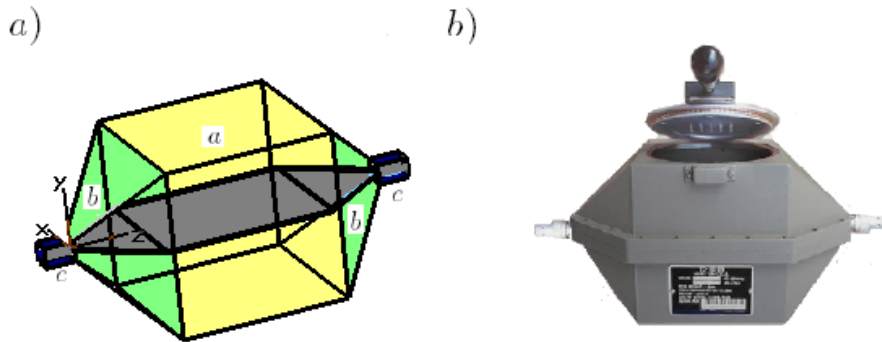


Figura 2.1: a) Partes en que se divide una célula TEM simétrica b) Célula TEM simétrica real

Las células TEM fueron introducidas por primera vez en el año 1974 [1] con el objetivo ya mencionado de proporcionar una alternativa menos costosa y más eficiente a las cámaras anecoicas en las nuevas aplicaciones que venían surgiendo: compatibilidad electromagnética, dosimetría, etc (ver capítulo 1). Las primeras estructuras de este tipo de sistemas corresponden con las células TEM simétricas, cuya geometría puede verse en la figura 2.1. Observándola, podemos distinguir tres regiones características:

a) Región central

Su estructura corresponde con la de un coaxial rectangular, y es la zona donde se pretende generar un campo con características similares a las de una onda plana (comportamiento plano). Las razones de la elección de esta geometría son claras: por un lado, aísla el interior de la célula de interferencias externas (al ser un sistema cerrado por conductor) además de que proporciona un buen soporte a los objetos que vayan a ser introducidos en la misma, por otro, de entre todas las estructuras que pueden soportar modos TEM, ésta es una de las que

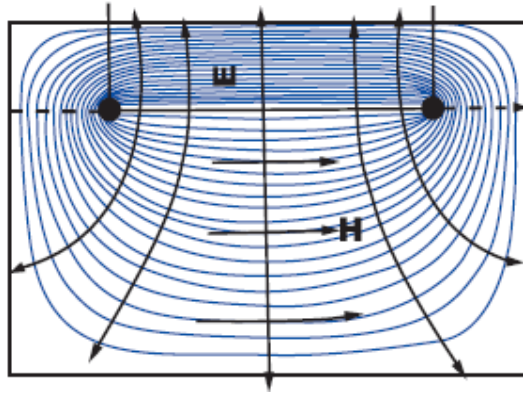


Figura 2.2: Campo electromagnético y curvas equipotenciales en un coaxial rectangular (región central de la célula TEM simétrica)

proporciona volúmenes mayores con distribuciones de campo que cumplan las características de las ondas planas, que son [2]:

- Transversalidad del campo respecto de la dirección de propagación de la energía
- Distribución uniforme del campo bajo la dependencia de una única variable coordenada

En la figura 2.2 se muestra la distribución de campo típica para el modo TEM en el interior de esta región, pudiéndose comprobar el cumplimiento de las propiedades anteriores en zonas relativamente amplias bajo condiciones de polarización lineal según y . En dichas zonas, denominadas regiones efectivas, son introducidos los diferentes elementos a testar en la célula a través de sendas puertas, normalmente colocadas en la cara superior de la misma (figura 2.1 b).

Es obvio, que si el modo TEM es el que imprime las características planas al campo en la región central, la limitación de este tipo de sistemas vendrá dada por la aparición en la misma de modos superiores a éste que distorsionen la distribución de campo de tal forma que ya no se cumplan dichas características. El rango de frecuencias a partir del cual comienzan a propagarse modos superiores (frecuencias de corte) depende de las dimensiones concretas de la región central; así, debido a que la aparición de un determinado modo superior se produce a frecuencias más altas conforme las dimensiones de la región central se hacen más pequeñas, en general resulta incompatible el empleo de este tipo de células a frecuencias altas asociadas a elementos de gran tamaño. De esta forma, conseguir un mayor ancho de banda para unas dimensiones concretas se torna como el principal objetivo en una síntesis de este tipo de dispositivos.

La generación de modos superiores, unida a la geometría de este tipo de célula, dota a ésta de un problema adicional: la aparición de resonancias que imposibilitan el empleo de la misma en ciertas frecuencias que pueden encontrarse en bandas de utilización supuestamente factibles. El emplazamiento espectral de las resonancias depende de las dimensiones de la célula, no obstante, las circunstancias que hacen que estos fenómenos se produzcan son de índole más general, por lo que las mismas han de ser deducidas tras un estudio electromagnético de rigor (capítulo 6).

b) Secciones de adaptación

Estas secciones tienen la función de proporcionar a la región central la mayor parte de la potencia incidente en la célula. Si tenemos en cuenta la impedancia característica asociada

al modo TEM en la región central, es claro que la geometría de éstas deben ser tales que permitan adaptar dicha impedancia a la interna del generador de excitación. Aunque no es estrictamente necesario, el hecho de que exista un gran número de grados de libertad dimensionales para el diseño hace que normalmente se puedan asumir impedancias en la región central iguales a 50Ω , estándar en la mayoría de sistemas de comunicaciones, tomando una geometría piramidal para el conductor exterior, lo que facilita enormemente la construcción de la célula.

Para el diseño de estas secciones hay que tener en cuenta que, siempre que se garantice un nivel adecuado de potencia, lo realmente importante es conseguir disponer de un comportamiento plano del campo en el mayor ancho de banda posible. De esta forma, especificaciones de 15 dB de adaptación son más que suficientes para ello, haciendo que el diseño de las mismas se centre más en la incapacidad que éstas tengan de generar ciertos modos superiores que puedan influir de forma considerable en el comportamiento del dispositivo. Como se verá en el capítulo 6, la geometría de las secciones de adaptación tienen enorme importancia en la amplitud con la que los modos superiores se generan en la célula, y por ende, en los fenómenos que acontecen en el interior de la misma, algo que ha dado lugar a ciertas variaciones en su geometría [3].

c) Sistemas de excitación y carga

Normalmente, este tipo de sistemas suelen ser conectores coaxiales estándar junto a la correspondiente región de adaptación de la geometría de coaxial rectangular a los mismos. Para éstos, lo que hay que tener en cuenta es su banda monomodo, distinta de la banda de empleo de la célula, ya que ésta proporciona la limitación en cuanto a la excitación que se puede imprimir a la célula y por tanto, obviamente, la frecuencia máxima a partir de la cual la célula no puede ser empleada.

2.1.2. La célula GTEM

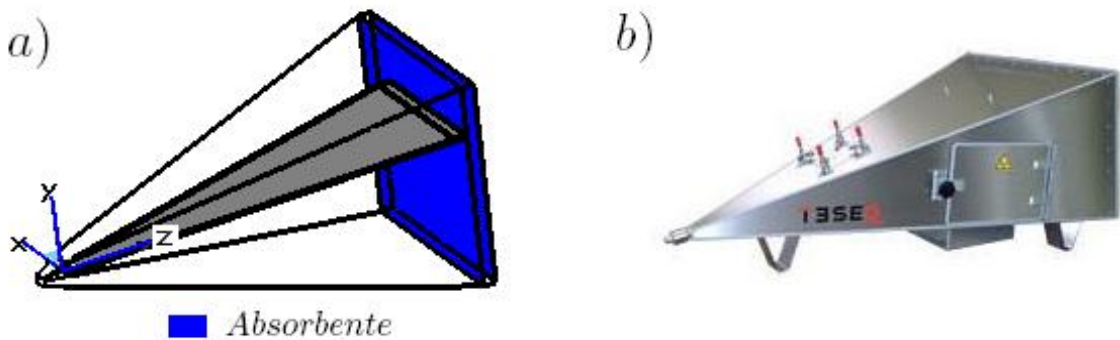


Figura 2.3: a) Estructura de una célula GTEM b) Célula GTEM real

La célula GTEM ("Gigahertz TEM Cell") surgió como una variación de las células TEM simétricas con el objetivo de aumentar su banda de funcionamiento [4]. Su geometría (figura 2.3) consiste básicamente en una de las pirámides de adaptación de la célula simétrica, con un perfil más suave que tiene como fin reducir las amplitudes de los modos superiores para que tengan una influencia menor (capítulo 6) ¹. Uno de los extremos de la pirámide es cargado con material absorbente con el fin de eliminar el problema de la posible generación

¹Los modos superiores de las regiones en que se puede segmentar la pirámide mediante planos $z=\text{cte}$.

de resonancias, latente en las geometrías simétricas, consiguiendo de esta forma anchos de banda de utilización superiores a éstas con condiciones de adaptación similares.

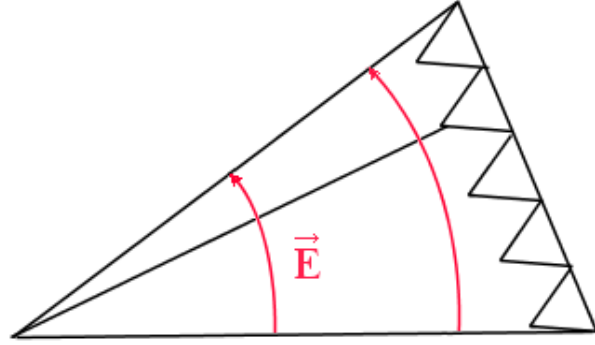


Figura 2.4: Corte longitudinal de una célula GTEM

Al ser una geometría piramidal, el campo existente en su interior no corresponde con el de un modo TEM típico de un sistema con simetría de traslación. En la figura 2.4 se muestran las líneas de campo eléctrico para un corte longitudinal de una estructura de este tipo ², observándose la curvatura del mismo necesaria para cumplir con las condiciones de contorno en los dos conductores implicados. Puede comprobarse que el inconveniente de una distribución de campo de este estilo reside en la uniformidad del mismo, sobre todo en comparación con el que se consigue en la región central de las células simétricas. No obstante, una de las ventajas de esta estructura, que sirve también para aumentar su banda de funcionamiento, es que las frecuencias de corte de los modos en las regiones en que se puede seccionar la misma varían en función de la coordenada longitudinal (z , según figura 2.3 a), haciendo que el campo "plano (el que tiene componentes pequeñas en esa dirección)" dependa de la misma. Así, el sólo movimiento del sistema bajo test colocado en el interior de la célula es suficiente para encontrar zonas efectivas de bandas más anchas.

Este tipo de células, que se han convertido en el estándar de utilización en la mayor parte de aplicaciones, serán estudiadas más en detalle en el capítulo 7.

2.1.3. Otras Estructuras

La célula TEM stripline

Otra de las variantes más empleadas de las células TEM simétricas corresponde con la célula stripline [5]. Como su propio nombre indica, éstas están basadas en la tecnología stripline, que corresponde con una variación del coaxial rectangular con condiciones abiertas en una de las variables coordenadas (figura 2.5 a). La ventaja de esta geometría respecto de la coaxial rectangular es que la ausencia de conductores en las paredes laterales consigue una región efectiva de comportamiento plano superior a la de esta última (ver figura 2.5 b), reduciendo además la dificultad de construcción y los costes de la misma. Sin embargo, el principal inconveniente de este tipo de células es el reducido aislamiento que éstas ofrecen ante interferencias externas, algo que reduce sus posibilidades de aplicación. Aun así, existen casos donde el empleo de una célula stripline puede resultar el más adecuado, por lo que éstas se comercializan de igual forma que las células simétricas y GTEM.

²Como se verá en el capítulo 7, el campo en la figura 2.4 corresponde con el caso en que se consigan asegurar bajas componentes en la dirección longitudinal de la célula.

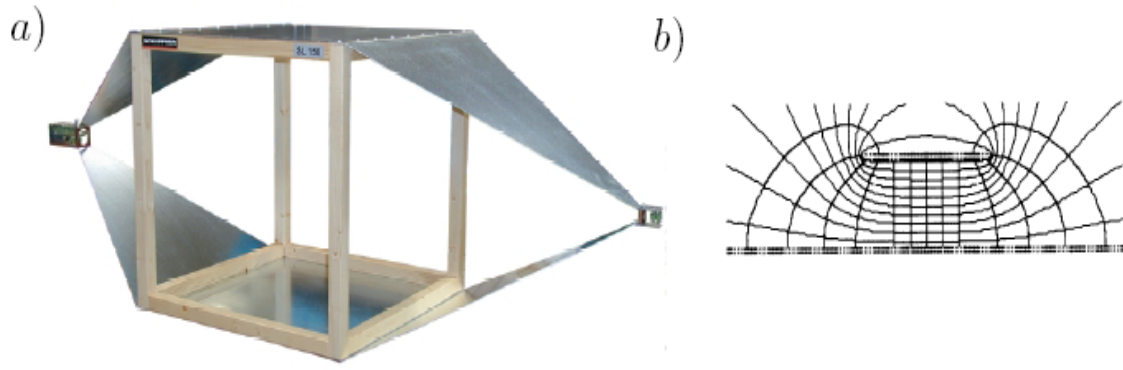


Figura 2.5: a) Vista real de una célula TEM stripline b) Campo eléctrico y curvas equipotenciales en un sistema stripline

Las células TEM multiconductoras

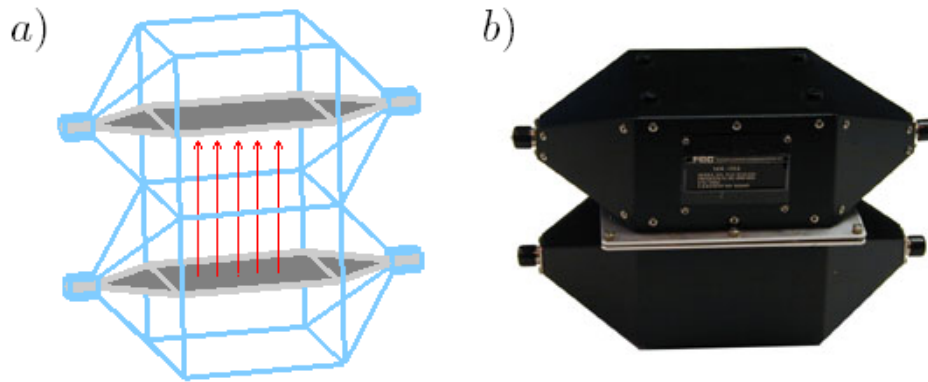


Figura 2.6: a) Estructura de una célula DTEM b) Diseño real de una célula DTEM

Aunque las células simétricas ofrezcan un volumen efectivo considerable, existen aplicaciones para las cuales éste (para una frecuencia determinada) resulta insuficiente, por lo que se han concebido diferentes estrategias con el fin de conseguir incrementar la región efectiva de las mismas. Una de ellas dio lugar a la célula TEM dual ("DTEM Cell") [6], cuya geometría puede verse en la figura 2.6. Como se observa, la célula dual consiste en la unión de dos células simétricas a través de una de sus caras permitiendo el acoplo del campo entre las mismas a través de la apertura formada. De esta forma, debido a la simetría, es factible comprobar que si ambas son excitadas mediante una señal de igual amplitud con una diferencia de fase de 180° (cargando las salidas con sus respectivas impedancias), el campo en la región existente entre los dos conductores interiores de las mismas (cuyo volumen duplica al de cada una de las células por separado) dispondrá de unas condiciones similares de campo que en las mismas para las células separadas (ver figura 2.6). Estas células han de ser empleadas en aplicaciones donde la uniformidad del campo no sea muy restrictiva, ya que la región efectiva de las células simétricas por separado no se extiende a toda su altura (capítulo 6).

Debido a la existencia de aplicaciones en las que se precisa que el objeto bajo prueba sea testado en diferentes orientaciones (normalmente ortogonales), se idearon las llamadas células 3-D TEM, que consisten en la combinación de tres células TEM de tal forma que cada una de

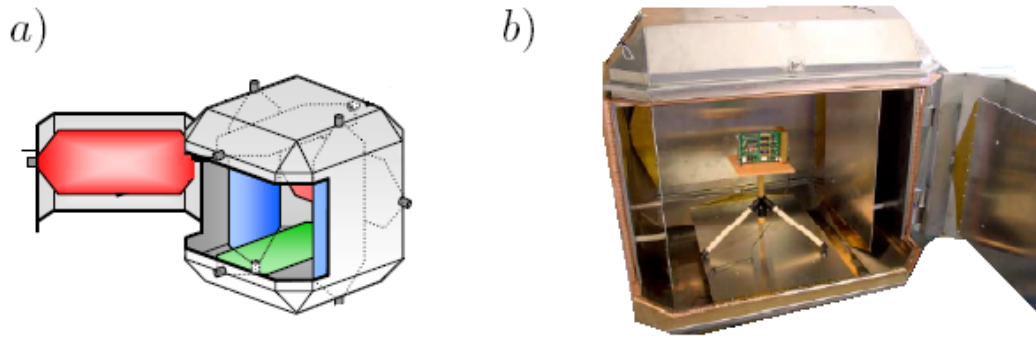


Figura 2.7: a) Estructura de una célula 3D-TEM b) Diseño real de una célula 3D-TEM

ellas genere un campo ortogonal respecto a los de las otras dos (figura 2.7) [7]. De esta forma, por superposición, cada una aportará una componente al campo total en un determinado punto de la región efectiva, consiguiéndose así un sistema compacto que permita obtener información conjunta correspondiente a distintas orientaciones.

2.2. Aplicaciones

Medida de Compatibilidad Electromagnética

La compatibilidad electromagnética (EMC, 'Electromagnetic Compatibility') de un dispositivo se define como la capacidad que tiene éste de funcionar de forma correcta en un ambiente electromagnético sin provocar perturbaciones en el mismo. Es por ello, que se hace necesario distinguir dos facetas concernientes a la misma:

- Susceptibilidad electromagnética (EMI, 'Electromagnetic Interference'), referente a la capacidad que tiene el dispositivo de funcionar correctamente en un ambiente electromagnético producido por fuentes de campo asociadas a otros dispositivos del entorno.
- Emisión electromagnética, concerniente a la capacidad del dispositivo de interferir en otros.

En una célula TEM, el patrón de campo necesario para medir de forma satisfactoria la susceptibilidad electromagnética de un determinado dispositivo (campo localmente plano libre de interferencias) es conseguido, como se ha dicho, mediante las características del modo TEM, y es controlado en frecuencia y amplitud mediante el generador al que se conecta la célula. Una vez es introducido el dispositivo bajo prueba en la cámara, la influencia del campo en el mismo es controlada a través de un sistema externo (figura 2.8 a).

Aunque la célula TEM es un sistema concebido para funcionar como generador de campo, ésta también es utilizada en ciertos casos como sistema de medida de fuentes radiantes. Para ello dicha fuente se introduce en la célula, que es cargada en sus puertas (sin generador) con las impedancias de adaptación (figura 2.8 b). Las fuentes generan en el interior de la estructura un modo TEM que se propaga hacia las cargas en donde la tensión, definible de forma unívoca para dicho modo, es medida.

Es claro que las tensiones que se miden corresponderían con la radiación de la fuente cuando ésta se encuentra rodeada por el conductor de la célula y no cuando se encuentra en el espacio libre, ya que ésta no radia de igual forma en ambas situaciones. Así, si lo que se pretende es caracterizar correctamente la fuente, sería necesario encontrar una correlación

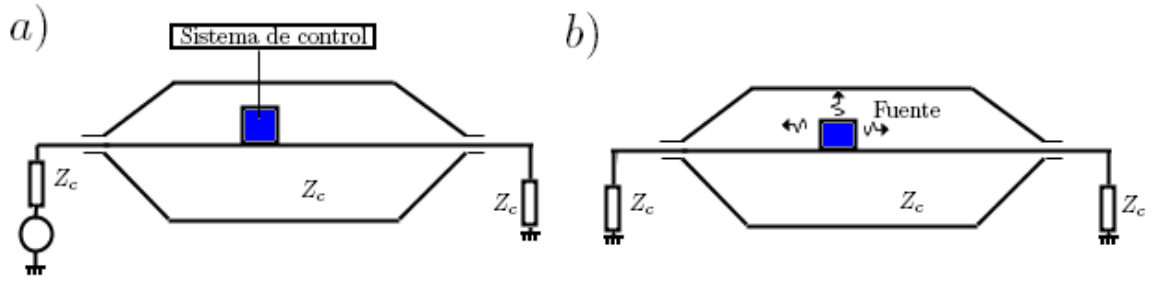


Figura 2.8: a) Configuración para medida de susceptibilidad electromagnética b) Configuración para medida de la emisión electromagnética

entre las tensiones medidas y las características de radiación de la misma en el espacio libre, algo que resulta complicado [7], [8], [9]. Es por ello, que la mayoría de las normativas en relación a la emitividad de dispositivos se han basado en medidas realizadas en estos sistemas, económicamente más factibles que las realizadas en cámaras anecoicas.

Dosimetría

Las características de los campos generados en las células TEM también ofrecen la capacidad de reproducir ambientes controlados para exposición electromagnética de entes biológicos con el fin de analizar ciertos efectos que los campos producen en los mismos, pudiendo así emular situaciones reales en las cuales la radiación lejana de una determinada fuente, como por ejemplo una antena, incida en un ser vivo.

Debido a la controversia que existe acerca de la peligrosidad que la radiación de los sistemas de comunicaciones existentes produce en el ser humano, los estudios de dosimetría han comenzado a tomar cierta importancia, llegándose a convertir en la segunda fuente de aplicación de las células TEM [10], [11].

Otras

En general, cualquier aplicación que requiera el empleo de un patrón controlado de campo plano es susceptible de emplear células TEM. Nuevos ejemplos podrían ser aplicaciones como la medición de la efectividad de apantallamiento de materiales [12]³ o la calibración de medidores de campo, antenas, etc, de gran importancia en comunicaciones [13], [14].

³La efectividad de apantallamiento de materiales se define como la capacidad que tiene éste de permitir o no el paso de una determinada radiación electromagnética

Parte II

Métodos de Ajuste de Campo

Capítulo 3

Análisis electromagnético de guías de onda cilíndricas mediante RTG

3.1. Introducción

Las guías de onda cerradas que poseen simetría de traslación (guías cilíndricas) son de vital importancia en los sistemas de comunicaciones ya que pueden desempeñar el papel tanto de sistema de transmisión de información (canal) como de elemento integrado en dispositivos que formen parte de transmisor y receptor: filtros, divisores de potencia, amplificadores, etc. Por ello, la caracterización electromagnética de este tipo de sistemas, compleja en la mayoría de los casos, se hace realmente necesaria.

Como bien es sabido, un problema electromagnético en un determinado volumen finito V queda descrito por las ecuaciones de Maxwell y por el cumplimiento de unas determinadas condiciones de contorno que imponen los elementos que conforman el sistema, tanto en el interior de V como en su frontera ∂V . Para los sistemas de guiado cerrados, se emplean dos tipos de condiciones en la frontera que garantizan la existencia y la unicidad del campo en V :

- Campo eléctrico tangencial nulo, $\vec{E}_t = 0$, impuesto físicamente por los conductores que conforman el sistema de guiado (de ahí que se le suele denominar condición de conductor eléctrico perfecto (PEC)).
- Campo magnético tangencial nulo, $\vec{H}_t = 0$, necesario para describir ciertas situaciones que ayudan a caracterizar el problema de manera más simple. A esta condición se le denomina conductor magnético perfecto (PMC).¹

En guías de onda cerradas homogéneas definidas en un sistema coordenado generalizado ortogonal (ξ_1, ξ_2, ξ_3) , con simetría de traslación en ξ_3 y vectores unitarios $(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \hat{\xi}_3)$, el campo electromagnético (que se propaga en dirección ξ_3) puede escribirse como una combinación de modos TE, TM y TEM cada uno de ellos asociados a una función potencial bidimensional [15], [16]. Cada una de estas funciones es dependiente de ξ_1 y ξ_2 , y está sujeta a la ecuación de Helmholtz/Laplace y a la condición PEC/PMC impuesta físicamente para ambas variables (condiciones laterales). Para cada tipo de modo, la ecuación del potencial y las condiciones de contorno asociadas están resumidas en la tabla 3.1.

¹Actualmente, se están realizando investigaciones para conseguir materiales que impongan físicamente esta condición. A estos materiales se les denomina "metamateriales".

3. Análisis electromagnético de guías de onda cilíndricas mediante RTG

Modo	Ecuación	Condición PEC / PMC
TE	$\Delta_t F_H(\xi_1, \xi_2) - \gamma_c^2 F_H(\xi_1, \xi_2) = 0$	$\frac{\partial F_H(\xi_1, \xi_2)}{\partial n} \Big _{\partial V} = 0 \quad / \quad F_H(\xi_1, \xi_2) \Big _{\partial V} = 0$
TM	$\Delta_t F_E(\xi_1, \xi_2) - \gamma_c^2 F_E(\xi_1, \xi_2) = 0$	$F_E(\xi_1, \xi_2) \Big _{\partial V} = 0 \quad / \quad \frac{\partial F_E(\xi_1, \xi_2)}{\partial n} \Big _{\partial V} = 0$
TEM	$\Delta_t \varphi(\xi_1, \xi_2) = 0$	$\varphi(\xi_1, \xi_2) \Big _{\partial V_i} = V_i \quad / \quad \frac{\partial \varphi(\xi_1, \xi_2)}{\partial n} \Big _{\partial V_i} = 0$

Tabla 3.1: Ecuaciones y condiciones de contorno de los potenciales para modos TE, TM y TEM

Todas las componentes de los campos se deducen, para cada tipo de modo, a partir de las funciones potencial de acuerdo con:

$$\begin{aligned} H_{\xi_3}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= F_H(\xi_1, \xi_2)(Ae^{-\gamma\xi_3} + Be^{\gamma\xi_3}) \quad (TE) \\ E_{\xi_3}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= F_E(\xi_1, \xi_2)(Ae^{-\gamma\xi_3} - Be^{\gamma\xi_3}) \quad (TM) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= \frac{jw\mu}{\gamma_c^2}(Ae^{-\gamma\xi_3} + Be^{\gamma\xi_3})(\nabla_t F_H(\xi_1, \xi_2) \times \hat{z}) \quad (TE) \\ \vec{E}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= \frac{\gamma}{\gamma_c^2}(Ae^{-\gamma\xi_3} + Be^{\gamma\xi_3})\nabla_t F_E(\xi_1, \xi_2) \quad (TM) \\ \vec{E}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= -\nabla_t \varphi(\xi_1, \xi_2)(Ae^{-\gamma_0\xi_3} + Be^{\gamma_0\xi_3}) \quad (TEM) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= \frac{jw\mu(Ae^{-\gamma\xi_3} - Be^{\gamma\xi_3})}{\gamma_c^2} \frac{\hat{z} \times (\nabla_t F_H(\xi_1, \xi_2) \times \hat{z})}{Z_{TE}} \quad (TE) \\ \vec{H}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= \frac{\gamma(Ae^{-\gamma\xi_3} - Be^{\gamma\xi_3})}{\gamma_c^2} \frac{\hat{z} \times \nabla_t F_E(\xi_1, \xi_2)}{Z_{TM}} \quad (TM) \\ \vec{H}_t(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= (Ae^{-\gamma\xi_3} - Be^{\gamma\xi_3}) \frac{\hat{z} \times -\nabla_t \varphi(\xi_1, \xi_2)}{Z_{TEM}} \quad (TEM) \end{aligned} \quad (3.3)$$

con

$$\begin{aligned} \nabla_t &= \frac{\hat{\xi}_1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{\hat{\xi}_2}{h_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \\ \Delta_t &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \right) \right] \\ Z_{TE} &= \frac{jw\mu}{\gamma}, Z_{TM} = \frac{\gamma}{jw\epsilon}, Z_{TEM} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \end{aligned}$$

donde A y B son dos constantes complejas arbitrarias a determinar mediante las condiciones de contorno asociadas a ξ_3 , h_1 , h_2 y h_3 los factores de escala del sistema coordenado y donde la constante de propagación γ de cada modo está relacionada con γ_c^2 de tal manera que:

$$\gamma^2 = \gamma_0^2 - \gamma_c^2 = -w^2\mu\epsilon - \gamma_c^2$$

La caracterización de cualquier guía de onda cilíndrica homogénea implica, por tanto, la resolución de cada una de las ecuaciones de la tabla 3.1 con sus correspondientes condiciones de contorno laterales.

En general, dicha resolución resulta compleja, ya que aún siendo capaces de encontrar un sistema coordenado que permita describir la geometría cilíndrica a partir de las superficies cartesianas $\xi_1(x, y, z) = cte$, $\xi_2(x, y, z) = cte$, no se puede garantizar, salvo en casos muy particulares (canónicos), que las funciones potencial puedan ser escritas como producto de funciones separadas en cada variable (técnica de separación de variables). En tal caso, suele ser necesario recurrir a métodos numéricos puros de resolución de ecuaciones en derivadas parciales (Elementos Finitos, Diferencias finitas, etc) o a diversos tipos de métodos semi-analíticos que, mediante ciertas expresiones analíticas asociadas normalmente a los potenciales de los modos y unas determinadas técnicas de ajuste de la continuidad del campo (ajuste de campo), lleguen a una solución aproximada del problema.

Uno de los métodos semi-analíticos más efectivos para la caracterización de guías cerradas cilíndricas, y que será explicado posteriormente en este capítulo, es el método de la *Resonancia Transversal Generalizada* (RTG). Como veremos, éste basa su desarrollo en las expresiones analíticas generales de los potenciales en diferentes regiones separables, por lo que como paso previo a su introducción, se realiza un estudio de los problemas separables y de los problemas derivados de los mismos: los problemas de Sturm-Liouville.

Una vez realizado el estudio previo, en el que también se analizará el efecto de las simetrías en la resolución de problemas de guiado, el capítulo se centrará en la descripción de la RTG como método de caracterización de guías de onda cerradas con simetría de traslación que pueden ser mono/multidieléctricas y/o mono/multiconductor.

Finalmente, RTG será empleada para abordar el estudio electromagnético de ciertas estructuras necesarias para el propósito general del proyecto, tales como el coaxial rectangular o las líneas acopladas, al ser estas últimas los elementos más comunes resultantes del corte transversal de las células TEM existentes, y por ende, los elementos conformadores de las mismas.

3.2. Planteamiento matemático

3.2.1. Separación de variables en la ecuación de Helmholtz. Segmentación

Como se ha dicho anteriormente, la resolución de un problema de guiado homogéneo con simetría de traslación exige la resolución de la ecuación de Helmholtz asociada a unas condiciones de contorno laterales.

Se puede demostrar que existen once sistemas coordenados tridimensionales para los cuales la ecuación de Helmholtz es separable, y que además, cada ecuación separada es de tipo Sturm-Liouville (Apéndice A.1), donde $p(x), q(x), r(x)$ dependen del sistema coordenado en consideración [17]. Sólo cuatro de estos once sistemas poseen simetría de traslación, todos ellos en superficies $\xi_3(x, y, z) = z = cte$ (sistemas canónicos): cartesiano, cilíndrico, elíptico y parabólico.

La caracterización de estos cuatro problemas canónicos es necesaria para la resolución de otro tipo de geometrías que puedan segmentarse en regiones homogéneas donde la separación de variables pueda ser aplicable (técnica de segmentación). En la figura 3.1a podemos observar dos secciones transversales que pueden segmentarse en diferentes regiones separables para un sistema coordenado cartesiano y cilíndrico respectivamente. Hay que notar que para que una estructura sea separable debemos ser capaces de representar cada región mediante superficies coordenadas en el mismo sistema, ya que en caso contrario las fronteras entre regiones no pueden ser descritas mediante dichas superficies (ver figura 3.1b).

Nos centraremos únicamente en los sistemas separables cartesianos debido a que son los más sencillos de caracterizar, ya que poseen autofunciones pertenecientes a familias conocidas: trigonométricas, lineales e hiperbólicas.

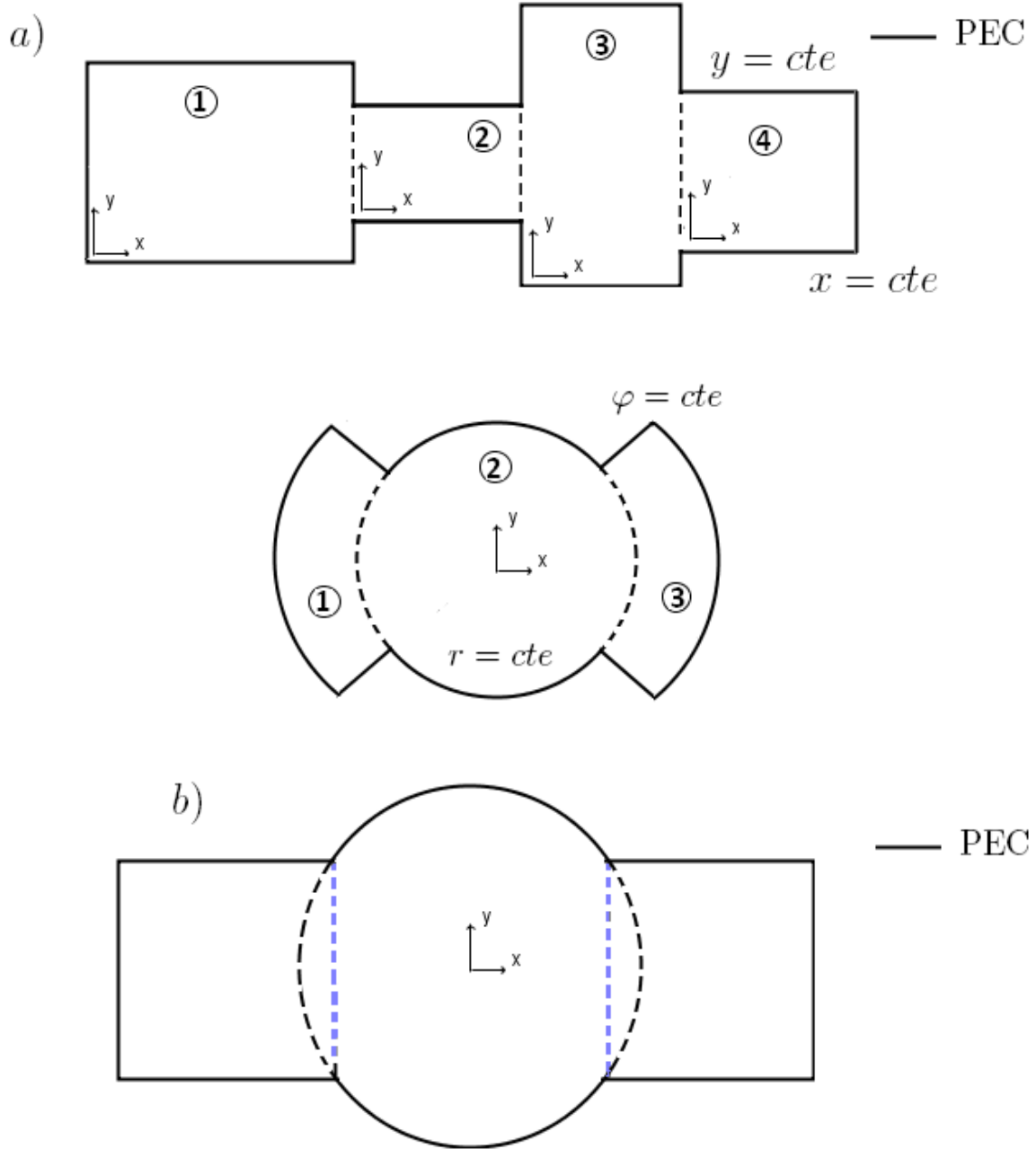


Figura 3.1: a) Secciones transversales formada por regiones separables en cartesianas y cilíndricas b) Sección transversal no separable

$$\begin{array}{c}
 F(x, a) = 0 \quad / \quad \frac{\partial F(x, h)}{\partial y} = 0 \\
 \left[\begin{array}{c}
 \Delta_t F(x, y) - \gamma_c^2 F(x, y) = 0 \\
 \begin{array}{c} y \\ \downarrow \\ x \end{array}
 \end{array} \right] \\
 F(x, 0) = 0 \quad / \quad \frac{\partial F(x, 0)}{\partial y} = 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a1 F(0, y) + a2 \frac{\partial F(0, y)}{\partial x} = f_1(y) \\
 b1 F(b, y) + b2 \frac{\partial F(b, y)}{\partial x} = f_2(y) \\
 a1, a2, a3, a4 \in \mathbb{R}
 \end{array}$$

Figura 3.2: Región separable con condiciones de contorno arbitrarias en planos $x = cte$ y con condiciones PEC/PMC en $y = cte$

En una estructura separable cartesiana, donde asumimos que tenemos condiciones impuestas PEC o PMC en la variable "y" y condiciones arbitrarias en la variable x , cada una de las regiones puede ser representada de forma genérica respecto de un sistema coordenado local tal y como se especifica en la figura 3.2. En ese caso, la solución de la ecuación de Helmholtz puede escribirse como:

$$F^{(R)}(x, y) = X^{(R)}(x)Y^{(R)}(y) \quad R = 1, 2 \dots m \quad (\text{regiones } 1, 2, \dots m)$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación obtenemos, para cada región y para cada sistema coordenado, las dos ecuaciones de Sturm-Liouville asociadas a $X(x)$ e $Y(y)$ respectivamente:

$$X^{(R)}(x) - (k_x^{(R)})^2 X^{(R)}(x) = 0 \quad 0 < x < x_R \quad R = 1, 2 \dots m \quad (3.4)$$

$$Y^{(R)}(y) + (k_y^{(R)})^2 Y^{(R)}(y) = 0 \quad 0 < y < h_R \quad R = 1, 2 \dots m \quad (3.5)$$

donde k_x^2 y k_y^2 están relacionados con γ_c^2 de la forma:

$$(k_x^{(R)})^2 - (k_y^{(R)})^2 = (\gamma_c^{(R)})^2 \quad (3.6)$$

y donde las condiciones de contorno asociadas a la variable y quedan como:

$$\begin{array}{l}
 TE \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)'}(0) = 0 \quad PEC \\ Y^{(R)}(0) = 0 \quad PMC \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)'}(h_R) = 0 \quad PEC \\ Y^{(R)}(h_R) = 0 \quad PMC \end{array} \right\} \\
 TM \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)}(0) = 0 \quad PEC \\ Y^{(R)'}(0) = 0 \quad PMC \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)}(h_R) = 0 \quad PEC \\ Y_R^{(R)''}(h_R) = 0 \quad PMC \end{array} \right\} \\
 TEM \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)}(0) = V_{0R} \quad PEC \\ Y^{(R)'} = 0 \quad PMC \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y^{(R)}(h_R) = V_{1R} \quad PEC \\ Y^{(R)'}(h_R) = 0 \quad PMC \end{array} \right\}
 \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, es fácil comprobar que para los tres tipos de modos la función $Y^{(R)}(y)$ está sujeta a un problema de Sturm-Liouville regular que cumple todas las propiedades citadas en la sección A.1. Así, si $\Psi_n^{(R)}(y)$ son las autofunciones asociadas a los autovalores discretos k_{yn}^2 para un determinado tipo de modo en la región R, podemos desarrollar $Y^{(R)}(y)$ como la combinación lineal:

$$Y^{(R)}(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(R)} \Psi_n^{(R)}(y)$$

siendo $C_n^{(R)}$ unas constantes arbitrarias.

Resolviendo la ecuación correspondiente a la variable x obtenemos:

$$X^{(R)}(x) = A^{(R)} e^{-k_x^{(R)} x} + B^{(R)} e^{k_x^{(R)} x}$$

por lo que la solución general a la que se llega para el potencial de un modo en una determinada región sería:

$$F^{(R)}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n^{(R)} e^{-k_{xn}^{(R)} x} + B_n^{(R)} e^{k_{xn}^{(R)} x}) \Psi_n^{(R)}(y) \quad R = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

donde los valores de k_x dependen de los valores posibles de γ (autovalores del problema).

A priori, sin imponer ningún tipo de condición de contorno en los planos $x = cte$, en la región considerada los autovalores γ^2 pueden distribuirse de forma continua, es decir, que podemos encontrar soluciones no triviales de la ecuación de Helmholtz para cualquier valor complejo de γ^2 . Cada uno de esos valores correspondería con un "modo"² de la estructura y llevaría asociado un conjunto discreto de autovalores en " y " ($k_{yn}^{(R)}$)² (impuestos por las condiciones homogéneas en $y = cte$) y de $(k_{xn}^{(R)})^2$, que están relacionados para cada frecuencia con las constantes de separación de las variables y, z mediante:

$$(k_{xn}^{(R)})^2 = -\gamma^2 + (\gamma_0^{(R)})^2 + (k_{yn}^{(R)})^2 = (\gamma_c^{(R)})^2 + (k_{yn}^{(R)})^2$$

Si ahora imponemos las condiciones de contorno arbitrarias en los planos $x = cte$

$$\begin{aligned} f_1^{(R)}(y) &= a_1 F^{(R)}(0, y) + a_2 F^{(R)'}(0, y) \\ f_2^{(R)}(y) &= b_1 F^{(R)}(x_R, y) + b_2 F^{(R)'}(x_R, y) \end{aligned}$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} f_1^{(R)}(y) &= \sum_{n=0}^{\infty} (a_1 A_n^{(R)} + a_1 B_n^{(R)} - a_2 A_n^{(R)} k_x^{(R)} + a_2 B_n^{(R)} k_x^{(R)}) \Psi_n^{(R)}(y) \\ f_2^{(R)}(y) &= \sum_{n=0}^{\infty} (b_1 A_n^{(R)} e^{-k_x^{(R)} x} + b_1 B_n^{(R)} e^{k_x^{(R)} x} - b_2 A_n^{(R)} k_x^{(R)} e^{-k_x^{(R)} x} + b_2 B_n^{(R)} k_x^{(R)} e^{k_x^{(R)} x}) \Psi_n^{(R)}(y) \end{aligned}$$

Llegados a este punto, se plantea la duda de si es posible encontrar los coeficientes $A_n^{(R)}, B_n^{(R)}$ que hagan que para un determinado conjunto $(k_{xn}^{(R)})^2$ (asociado a un determinado autovalor γ^2) las series anteriores converjan a $f_1^{(R)}(y)$ y $f_2^{(R)}(y)$, es decir, si la expresión general 3.8 puede realmente describir el potencial de una región separable. Para resolver la cuestión, recurrimos a propiedad 5 de los problemas de Sturm-Liouville, que garantiza que las autofunciones forman un sistema completo capaz de satisfacer cualquier condición de contorno arbitraria $f_1(y)$ y $f_2(y)$ en planos $x = cte$. Debido a esta propiedad, podemos asegurar que

²En realidad, el término modo se refiere a las estructuras matemáticas asociadas a un valor de γ cuando sus valores posibles se distribuyen de forma discreta y cada uno de ellos puede ser excitado de forma independientemente. Cuando γ se distribuyen de forma continua, cada uno de sus valores no puede ser excitado independientemente; hablamos entonces de espectro continuo.

ambas condiciones pueden ser representadas como una combinación lineal de las autofunciones, donde los coeficientes asociados vienen dados por la ecuación A.3 ³. Obtenemos que:

$$(a_1 A_n^{(R)} + a_1 B_n^{(R)} - a_2 A_n^{(R)} k_x^{(R)} + a_2 B_n^{(R)} k_x^{(R)}) = \frac{\int_0^{y_R} f_1^{(R)}(y) \Psi_n^{(R)}(y) dy}{\int_0^{y_R} \Psi_n^{(R)}(y) \Psi_n^{(R)}(y) dy} \quad (3.9)$$

$$(b_1 A_n^{(R)} e^{-k_x^{(R)} x_R} + b_1 B_n^{(R)} e^{k_x^{(R)} x_R} - b_2 A_n^{(R)} k_x^{(R)} e^{-k_x^{(R)} x_R} + b_2 B_n^{(R)} k_x^{(R)} e^{k_x^{(R)} x_R}) = \frac{\int_0^{y_R} f_2^{(R)}(y) \Psi_n^{(R)}(y) dy}{\int_0^{y_R} \Psi_n^{(R)}(y) \Psi_n^{(R)}(y) dy}$$

En cada región, para cada n y para cada valor de γ^2 , llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (A_n, B_n) resoluble, haciendo que cada modo pueda ser determinado y descrito en cada región de forma única por la expresión 3.8 (supuestas conocidas las condiciones $f_1^{(R)}(y), f_2^{(R)}(y)$).

Como se ha dicho, los valores de γ^2 que proporcionan soluciones no triviales se distribuyen en principio de forma continua en la región considerada, ya que aun considerando condiciones arbitrarias no homogéneas en la región, no se impone ninguna restricción a los autovalores que haga que éstos se distribuyan en valores discretos excitables de manera independiente. La región sólo soportará valores discretos en el caso particular de que las condiciones sean homogéneas $f_1^{(R)}(y), f_2^{(R)}(y) = 0$ o que la estructura general de la que forma parte lo imponga. Para una sección transversal como la de la figura 3.1a, el hecho de que se impongan condiciones PEC/PMC en los extremos de la misma y de que la simetría de traslación restrinja en todas las secciones la misma constante de propagación γ , hace que ésta pueda tomar únicamente valores en un conjunto discreto en toda la estructura [16].

El conocimiento de $f_1^{(R)}(y)$ y $f_2^{(R)}(y)$ no es factible salvo en casos muy particulares, por lo que en las estrategias de segmentación se suele intentar llegar a un sistema de ecuaciones imponiendo las condiciones de salto en las fronteras entre las regiones que de a conocer el espectro de autovalores γ^2 y que permita deducir los coeficientes asociados. La restricción de esta estrategia respecto al conocimiento ideal de $f_1^{(R)}(y)$ y $f_2^{(R)}(y)$ es que el sistema de ecuaciones que se obtiene es finito, haciendo que los valores de los coeficientes dependan de la dimensión del mismo.

Una vez llegado al punto de conocer el espectro de autovalores del problema y las expresiones de los potenciales para cada uno de ellos, se nos plantea la pregunta de si los γ^2 calculados proporcionan un sistema de funciones completo en cada región, es decir, si el conjunto formado por las funciones asociadas a cada autovalor permite representar una condición de contorno arbitraria en planos $z = cte$. Para el caso de la guía rectangular es posible demostrarlo para los modos TE y TM recurriendo a la convergencia de las series dobles de Fourier, pero en general esta demostración resulta imposible de realizar más aun teniendo en cuenta que los autovalores se calculan de forma numérica con ayuda de ordenador, pudiendo manejar en el mejor de los casos un conjunto discreto finito que no puede ser completo. No obstante, las aproximaciones de los campos a las que se llegan en estos casos son bastante razonables relegando la completitud a una mera entelequia matemática.

³En coordenadas cartesianas la ecuación A.3 corresponde a la de los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de f en $(0, y_R)$

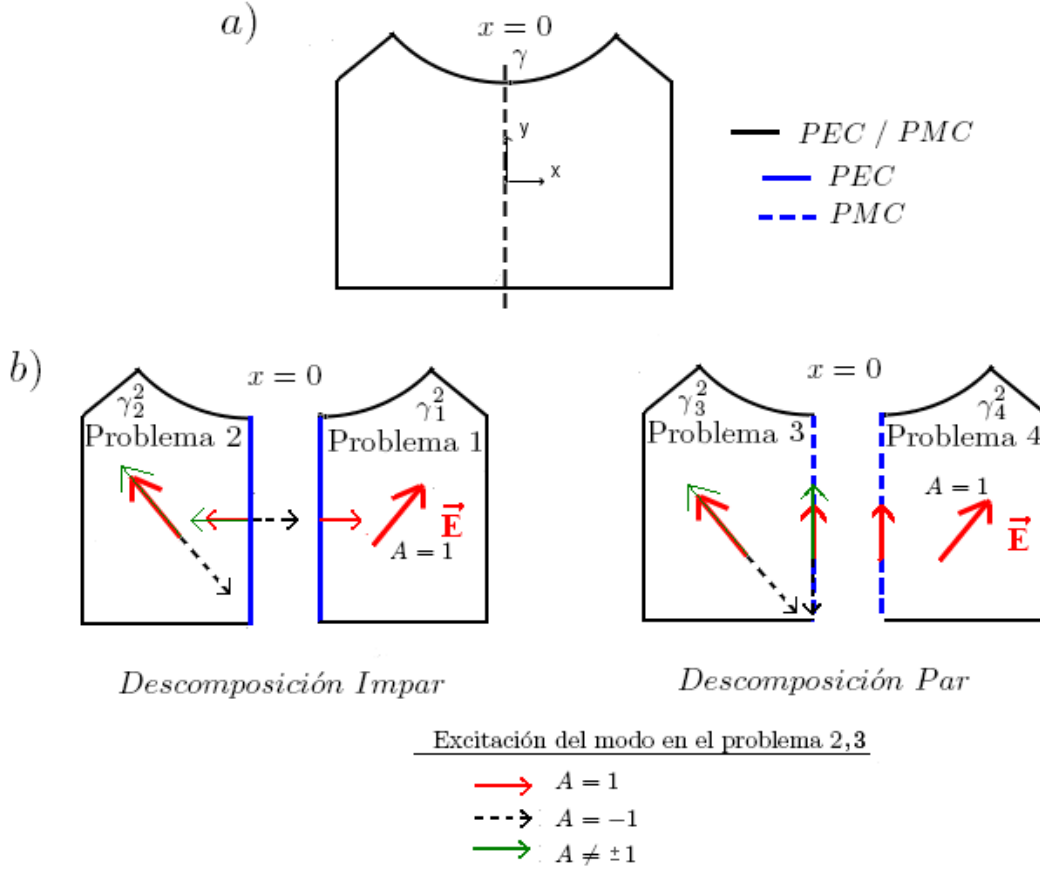


Figura 3.3: a) Sección transversal arbitraria con un plano de simetría en $x = 0$. b) Problemas resultantes de la descomposición par e impar de la sección transversal de la figura a).

3.2.2. Análisis de simetrías

A la hora de caracterizar estructuras complejas, resulta conveniente analizar si existe la posibilidad de reducir el problema general a uno o varios semiproblemas cuya caracterización resulte más simple y que en conjunto permitan describir el sistema completo. En nuestro caso, para analizar este hecho, supongamos que queremos analizar una sección transversal arbitraria como la de la figura 3.3a que posee un plano de simetría en $x = 0$.

Al ser una estructura cerrada, los valores de γ que hacen que el problema tenga soluciones no triviales toman una distribución discreta $\gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n)$ $n \rightarrow \infty$. Si ahora descomponemos la estructura en dos a través de su plano de simetría y cada una de las secciones resultantes es cerrada en $x = 0$ con condiciones PEC/PMC (descomposición impar/par), obtenemos cuatro problemas cerrados independientes cuyos valores propios $\gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3^2$ y γ_4^2 forman cada uno un conjunto discreto (Figura 3.3b).

■ Descomposición Impar

Supongamos un modo en el problema 1 cuyo campo eléctrico tiene la distribución mostrada en la figura 3.3b bajo una excitación de amplitud unitaria. Si ahora realizamos un giro especular a dicho problema, lo que se obtiene es el problema 2 junto a la forma de campo permitida para el mismo también bajo dicha excitación (campo electromagnético simétrico al del problema 1). Generalizando, se puede deducir que ambos problemas

tendrán los mismos modos y que el campo electromagnético bajo las mismas condiciones de excitación será simétrico en ambos problemas. No obstante, al ser independientes, éstos podrán excitar un mismo modo con distintas amplitudes obteniendo para cada uno una distribución de campo distinta, obviamente, no simétrica (ver figura 3.3).

La idea ahora es identificar qué excitación en el problema 2 produce un campo en el plano $x = 0$ igual al obtenido en el problema 1 bajo excitación unitaria. En estas condiciones, llegaríamos a una distribución de campo en ambos problemas con la misma constante de propagación y con el mismo valor de campo en el plano $x = 0$, es decir, obtendríamos la estructura de campo del modo asociado a dicha constante de propagación en el problema general de la figura 3.3 a, ya que para éste, en las regiones derecha e izquierda de $x = 0$, tendríamos un campo que cumple las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de contorno, que posee la misma constante de propagación y que es continuo en toda la sección incluido el plano $x = 0$.

Las excitaciones posibles para un determinado modo en el problema 2 pueden ser (ver figura 3.3 b):

1. Excitación con amplitud $A = 1$ (Excitación Par)
2. Excitación con amplitud $A = -1$ (Excitación Impar)
3. Excitación con amplitud $A \neq \pm 1$

Debido a que la descomposición impar impone campo eléctrico tangencial nulo al plano $x = 0$, es fácil comprobar que la única excitación en el problema 2 que hace que el campo sea continuo en $x = 0$ respecto del modo con amplitud unitaria en el problema 1 es la excitación impar (ver figura 3.3 b).

Así, es fácil deducir que en la estructura general (figura 3.3 a) el campo asociado al modo cumplirá que:

$$\begin{cases} E_x(x, y, z) = E_x(-x, y, z) \\ E_y(x, y, z) = -E_y(-x, y, z) \\ E_z(x, y, z) = -E_z(-x, y, z) \end{cases} \quad \begin{cases} H_x(x, y, z) = -H_x(-x, y, z) \\ H_y(x, y, z) = H_y(-x, y, z) \\ H_z(x, y, z) = H_z(-x, y, z) \end{cases} \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede concluir que mediante la descomposición impar es posible caracterizar ciertos modos de la estructura general que sólo posean componente de campo eléctrico normal al plano $x = 0$ (modos impares), resolviendo uno de los dos semiproblemas resultantes de dicha descomposición que proporcione las expresiones $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$, $E_z(x, y, z)$, $H_x(x, y, z)$, $H_y(x, y, z)$, $H_z(x, y, z)$. Una vez obtenidas, el campo en la estructura completa puede ser deducido mediante 3.10.

■ Descomposición Par

Razonando de igual forma que para la descomposición impar, llegamos a la conclusión de que mediante la descomposición par es posible caracterizar ciertos modos de la estructura general que sólo posean componente tangencial de campo eléctrico en el plano $x = 0$ (modos pares) resolviendo uno de los dos semiproblemas resultantes de dicha descomposición. Estos modos cumplirán que:

$$\begin{cases} E_x(x, y, z) = -E_x(-x, y, z) \\ E_y(x, y, z) = E_y(-x, y, z) \\ E_z(x, y, z) = E_z(-x, y, z) \end{cases} \quad \begin{cases} H_x(x, y, z) = H_x(-x, y, z) \\ H_y(x, y, z) = -H_y(-x, y, z) \\ H_z(x, y, z) = -H_z(-x, y, z) \end{cases} \quad (3.11)$$

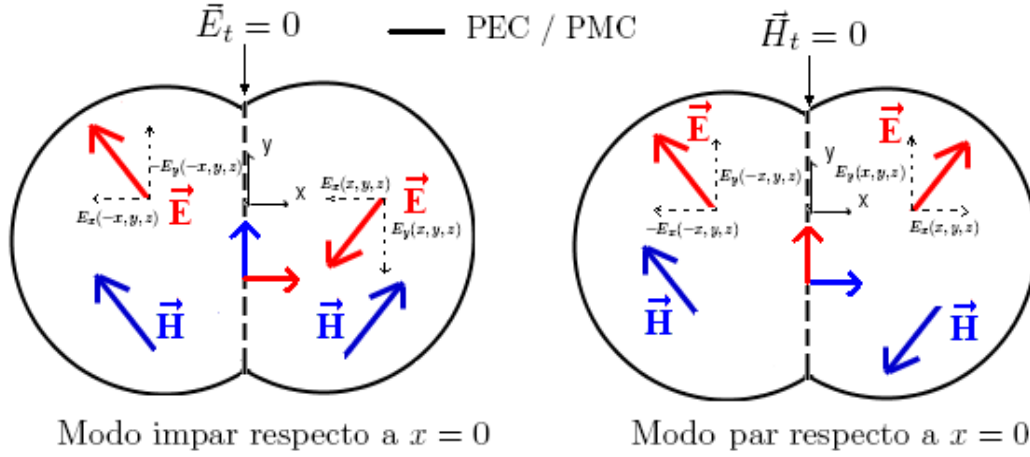


Figura 3.4: Distribución de campo eléctrico y magnético para modos pares e impares en una estructura arbitraria simétrica respecto de un plano $x = 0$

donde $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$, $E_z(x, y, z)$, $H_x(x, y, z)$, $H_y(x, y, z)$, $H_z(x, y, z)$ son obtenidas en uno de dichos semiproblemas. De nuevo, mediante 3.11 es posible deducir el campo en la estructura general.

En la figura 3.4 se representan de forma gráfica la distribución del campo eléctrico y magnético para modos pares e impares en un problema simétrico respecto de un plano $x = 0$. Como se ha dicho, los autovalores $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_{PEC}$ / $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_{PMC}$ son un subconjunto de γ que proporciona modos de la estructura general con componente tangencial/normal nula en el plano de simetría. La pregunta que se plantea ahora es si γ_{PEC} / γ_{PMC} proporciona todos los modos mediante los cuales se represente cualquier estructura de campo con dicha restricción. Si se consiguiese demostrar que los problemas resultantes de la descomposición impar/par son completos, la respuesta sería afirmativa. En caso contrario, podrían existir modos impares/pares en la estructura general no deducibles a través de dicha descomposición. En el caso de que fuesen completos, la estructura general simétrica quedaría completamente caracterizada por la resolución de dichos problemas cumpliéndose que $\gamma_{gen} = \gamma_{PEC} \cup \gamma_{PMC}$.

Las expresiones 3.10, 3.11 además de permitirnos escribir las soluciones de un problema genérico a partir de dos semiproblemas más sencillos de caracterizar, nos ofrecen la capacidad de llegar a determinadas conclusiones relacionadas con problemas asociados a simetrías, como se verá en el capítulo 4.

3.3. La técnica de la Resonancia Transversal Generalizada

En la sección 3.2.1 se habló de la segmentación como estrategia para la caracterización de sistemas de guiado cerrados con simetría de traslación cuya sección transversal podía descomponerse en regiones donde la separación de variables fuese aplicable. La técnica de la Resonancia Transversal Generalizada (RTG) es un método que pone en práctica dicha estrategia haciendo uso del concepto de matriz de dispersión generalizada S ("Generalized Scattering Matrix" GSM), muy empleada para la caracterización de sistemas de microondas.

Como toda técnica de segmentación, RTG basa su desarrollo en el empleo de las expresiones analíticas asociadas a los potenciales de los modos en las diferentes regiones transversales separables por las que está formada la estructura. Éstos son representados mediante series funcionales dependientes de unos coeficientes deducibles tras la imposición de las condiciones

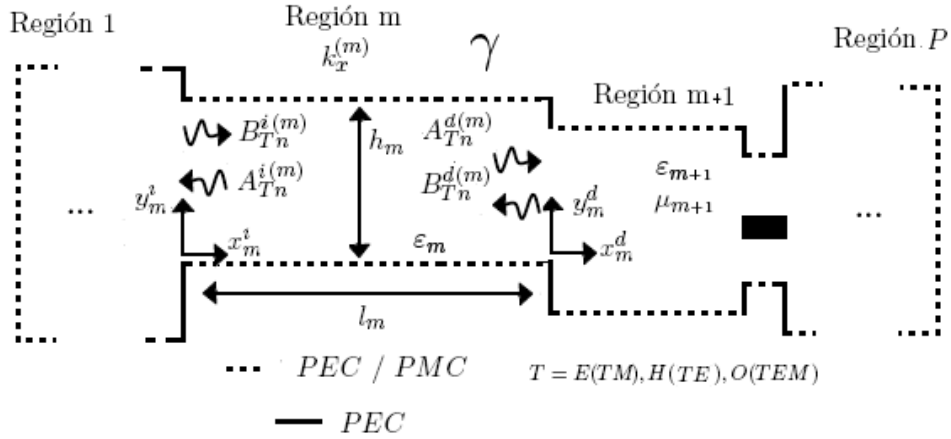


Figura 3.5: Sección transversal caracterizable mediante la técnica de la RTG para sistemas coordenados cartesianos.

de salto del campo asociado en la separación de regiones, previa caracterización de los valores propios del sistema γ^2 . Debido a ello, esta técnica forma parte del conjunto de estrategias de ajuste de campo.

En RTG, la matriz S permite relacionar los coeficientes asociados a los potenciales entre dos secciones contiguas que hacen que se cumplan las condiciones de contorno en la discontinuidad formada por ambas; hablamos entonces de matriz S de la discontinuidad transversal, GSMx. Debido a la definición de S , una discontinuidad transversal queda totalmente caracterizada por su matriz S , lo que permite dar mayor generalidad al procedimiento de caracterización de sistemas guiados respecto de otras técnicas de segmentación clásicas.

3.3.1. Expresiones de los potenciales

La figura 3.5 representa una sección transversal cerrada genérica caracterizable mediante la técnica de la RTG para sistemas coordenados cartesianos. Como se puede ver, una región separable m lleva asociadas unas dimensiones (h_m, l_m) , unas permitividades (ϵ_m, μ_m) y unos coeficientes a determinar $(A_{Tn}^{i(m)}, B_{Tn}^{i(m)}, k_{xn}^{(m)})$ con $T = E(TM), H(TE), O(TEM)$. Además, de cara a la caracterización del sistema mediante la matriz de dispersión S , en cada región se definen dos sistemas coordenados $(x_m^i, y_m^i), (x_m^d, y_m^d)$, uno en cada extremo de la misma (ver figura 3.5) haciéndose coincidir los sistemas coordenados entre regiones adyacentes, es decir: $(x_m^i, y_m^i) \equiv (x_{m+1}^d, y_{m+1}^d)$. Tomando la expresión general 3.8, los potenciales en la región m para los distintos modos referidos al sistema (x_m^i, y_m^i) los podemos escribir como⁴:

- Modos TE

$$F_H^{i(m)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{Hn}^{i(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x} - B_{Hn}^{i(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x}) \Pi_n^{(m)} \Phi_n^{(m)}(y) \quad (3.12)$$

- Modos TM

$$F_E^{i(m)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{En}^{i(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x} + B_{En}^{i(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x}) \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \quad (3.13)$$

⁴Los signos asociados a los coeficientes de los diferentes potenciales son elegidos de forma adecuada para facilitar la escritura de la matriz de dispersión.

	TE	TM y TEM
$y = 0 / y = h_m$	$\Phi_n^{(m)}(y)$	$\psi_n^{(m)}(y)$ y $\Theta_n^{(m)}(y)$
PEC / PEC	$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_n^{(m)}}} \cos(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(n-1)\pi}{h_m}$	$\sin(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{n\pi}{h_m}$
PEC / PMC	$\cos(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m}$	$\sin(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m}$
PMC / PEC	$\sin(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m}$	$\cos(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m}$
PMC / PMC	$\sin(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{n\pi}{h_m}$	$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_n^{(m)}}} \cos(k_{yn}^{(m)} y) \quad k_{yn}^{(m)} = \frac{(n-1)\pi}{h_m}$

Tabla 3.2: Autofunciones para modos TE, TM y TEM con condiciones PEC/PMC para las series asociadas a los potenciales de los modos

■ Modos TEM

$$\varphi^{i(m)}(x, y) = a^{(m)} + b^{(m)}y + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{On}^{i(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x} + B_{On}^{i(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x}) \Pi_n^{(m)} \Theta_n^{(m)}(y) \quad (3.14)$$

siendo

$$\Pi_n^{(m)} = \sqrt{\frac{2}{h_m}} (k_{xn}^{(m)})^{-1/2}$$

y donde las autofunciones $\psi_n^{(m)}(k_{yn}^{(m)} y)$, $\Phi_n^{(m)}(k_{yn}^{(m)} y)$, $\Theta_n^{(m)}(k_{yn}^{(m)} y)$ dependen de las condiciones de contorno en los planos $y = cte$ y las constantes de normalización $\Pi_n^{(m)}$ de las normas de las autofunciones (Ver Apéndice B). La tabla 3.2 muestra un resumen de las diferentes autofunciones que se pueden obtener.

Los coeficientes $A_{Tn}^{i(m)} B_{Tn}^{i(m)}$, asociados al sistema de referencia (x_m^i, y_m^i) , están relacionados con los referidos al sistema (x_m^d, y_m^d) de forma matricial:

$$\begin{aligned} [A_{Tn}^{i(m)}] &= \Gamma_x^{(m)} [B_{Tn}^{d(m)}]_{T=E(TM), H(TE), O(TEM)} & \text{dimensión } N_m \times 1 \\ [A_{Tn}^{d(m)}] &= \Gamma_x^{(m)} [B_{Tn}^{i(m)}]_{T=E(TM), H(TE), O(TEM)} & \text{dimensión } N_m \times 1 \end{aligned}$$

siendo:

$$\Gamma_x^{(m)} = \text{diag}(e^{-k_{xn}^{(m)} l_m}) \quad \text{dimensión } N_m \times N_m$$

por lo que la expresión de los potenciales asociados a (x_m^d, y_m^d) pueden ser fácilmente deducibles.

Si observamos las expresiones de cada uno de los potenciales, vemos que es posible interpretar cada término de los sumatorios como un modo propagándose en la dirección x con constante de propagación k_x (onda transversal), siendo demostrable además que cada uno de estos términos coincide con los modos de la guía de placas paralelas cuya constante de propagación es precisamente k_x .

3.3.2. Matriz S de una discontinuidad transversal

En la figura 3.6 se representan los diferentes tipos de discontinuidad transversal que surgen en el análisis de un sistema como el de la figura 3.5. Sólo se van a considerar discontinuidades entre regiones en las que la altura de uno de los segmentos coincida con la altura de

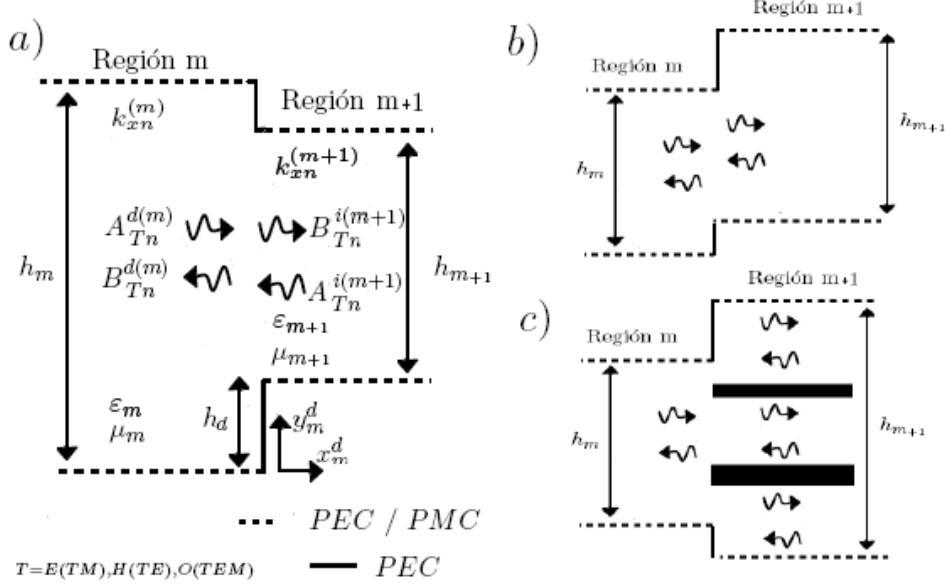


Figura 3.6: a) Discontinuidad transversal cuyo gap coincide con la altura de la región de salida b) Discontinuidad transversal genérica c) Discontinuidad transversal multipuerta

la zona común entre regiones adyacentes, ya que éste es el caso que aparece en la mayoría de los sistemas a analizar (figura 3.6 a). Cuando esto no ocurre (figura 3.6 b), se suele tomar una sección ficticia de longitud nula cuya altura coincida con la de la zona común y donde las expresiones de los potenciales se ajusten con las de las secciones en consideración (ver capítulo 4). Tampoco se estudiará la formulación multipuerta válida para analizar secciones como la de la figura 3.6 c); no obstante, puede encontrarse información de este punto en [18], [19].

Sistemas no homogéneos En la discontinuidad de la figura 3.6 a), para cada una de las regiones (m y $m+1$) y cada uno de los modos, los potenciales asociados a las componentes TE y TM se pueden expresar como:

- Región m

$$\begin{aligned} F_H^{d(m)}(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} (B_{Hn}^{d(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x} - A_{Hn}^{d(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x}) \Pi_n^{(m)} \Phi_n^{(m)}(y) \\ F_E^{d(m)}(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x} + A_{En}^{d(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x}) \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde:

$$k_{xn}^{(m)} = \sqrt{(\gamma_c^{(m)})^2 + (k_{yn}^{(m)})^2} = \sqrt{-\gamma^2 - w^2 \mu_m \varepsilon_m + (k_{yn}^{(m)})^2}$$

- Región $m+1$

$$\begin{aligned} F_H^{i(m+1)}(x, y) &= \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Hj}^{i(m+1)} e^{k_{xj}^{(m+1)} x} - B_{Hj}^{i(m+1)} e^{-k_{xj}^{(m+1)} x}) \Pi_j^{(m+1)} \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) \\ F_E^{i(m+1)}(x, y) &= \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} e^{k_{xj}^{(m+1)} x} + B_{Ej}^{i(m+1)} e^{-k_{xj}^{(m+1)} x}) \Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde

$$k_{xj}^{(m+1)} = \sqrt{(\gamma_c^{(m+1)})^2 + (k_{yj}^{(m+1)})^2} = \sqrt{-\gamma^2 - w^2 \mu_{m+1} \varepsilon_{m+1} + (k_{yj}^{(m+1)})^2}$$

Las condiciones de contorno que deben cumplir los campos en la discontinuidad son:

$$x = 0, y \in [h_d, h_d + h_{m+1}] \begin{cases} \hat{x} \times (\vec{E}^{(m+1)} - \vec{E}^{(m)}) = 0 \Rightarrow E_y^{(m)} = E_y^{(m+1)}; E_z^{(m)} = E_z^{(m+1)} \\ \hat{x} \times (\vec{H}^{(m+1)} - \vec{H}^{(m)}) = 0 \Rightarrow H_y^{(m)} = H_y^{(m+1)}; H_z^{(m)} = H_z^{(m+1)} \end{cases}$$

$$x = 0, \begin{cases} y \in [0, h_d] \\ y \in [h_d + h_{m+1}, h_m] \end{cases} \quad \hat{x} \times (0 - \vec{E}^{(m)}) = 0 \Rightarrow E_y^{(m)} = E_z^{(m)} = 0$$

Si empleamos las expresiones de los campos transversales en función de los potenciales (3.2, 3.3), sustituimos en éstas las expresiones 3.15, 3.16 e imponemos cada una de las condiciones anteriores, llegamos al siguiente sistema de ecuaciones lineal (Ver Apéndice C):

$$\begin{aligned} A^{d(m)} + B^{d(m)} &= K_1(A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)}) \\ K_2(A^{d(m)} - B^{d(m)}) &= -A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

con:

$$K_1 = \begin{bmatrix} C_\mu^m Y^t & C_\mu^\gamma (X^\Psi)^t \\ 0 & X^t \end{bmatrix} \begin{cases} C_\mu^m = \frac{\mu_{m+1}(\gamma_c^{(m)})^2}{\mu_m(\gamma_c^{(m+1)})^2} \\ C_\mu^\gamma = \frac{\gamma}{jw\mu_m} \left[1 - \frac{(\gamma_c^{(m)})^2}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \right] \end{cases} \quad \text{dimensión } 2N_m \times 2N_{m+1}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} Y & 0 \\ C_\varepsilon^\gamma X^\Phi & C_\varepsilon^m X \end{bmatrix} \begin{cases} C_\varepsilon^m = \frac{\varepsilon_m(\gamma_c^{(m+1)})^2}{\varepsilon_{m+1}(\gamma_c^{(m)})^2} \\ C_\varepsilon^\gamma = \frac{\gamma}{jw\varepsilon_{m+1}} \left[\frac{(\gamma_c^{(m+1)})^2}{(\gamma_c^{(m)})^2} - 1 \right] \end{cases} \quad \text{dimensión } 2N_{m+1} \times 2N_m$$

$$A^{i(m+1)} = \begin{bmatrix} [A_{Hn}^{i(m+1)}] \\ [A_{En}^{i(m+1)}] \end{bmatrix}; B^{i(m+1)} = \begin{bmatrix} [B_{Hn}^{i(m+1)}] \\ [B_{En}^{i(m+1)}] \end{bmatrix} \quad \text{dimensiones } 2N_{m+1} \times 1$$

$$A^{d(m)} = \begin{bmatrix} [A_{Hn}^{d(m)}] \\ [A_{En}^{d(m)}] \end{bmatrix}; B^{d(m)} = \begin{bmatrix} [B_{Hn}^{d(m)}] \\ [B_{En}^{d(m)}] \end{bmatrix} \quad \text{dimensiones } 2N_m \times 1$$

y donde:

$$\begin{cases} [X_{jn}] = \frac{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_{h_d}^{h_d+h_{m+1}} \psi_j^{(m+1)}(y-h_d) \psi_n^{(m)}(y) dy \\ [Y_{jn}] = \frac{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_{h_d}^{h_d+h_{m+1}} \Phi_j^{(m+1)}(y-h_d) \Phi_n^{(m)}(y) dy \\ [X_{jn}^\Psi] = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_{h_d}^{h_d+h_{m+1}} (\psi_j^{(m+1)}(y-h_d))' \Phi_n^{(m)}(y) dy \\ [X_{jn}^\Phi] = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_{h_d}^{h_d+h_{m+1}} \psi_j^{(m+1)}(y-h_d) (\Phi_n^{(m)}(y))' dy \end{cases} \quad (N_{m+1} \times N_m) \quad (3.18)$$

Para llegar a un sistema resoluble, las series asociadas a los potenciales en cada región deben ser truncadas a un número finito de términos, N_m y N_{m+1} quedando así un sistema dependiente tanto del número de términos de truncación en cada serie, como de la relación entre ellos.

Sistemas homogéneos

Como era de esperar, en estructuras homogéneas los términos cruzados en 3.17 que hacen que los coeficientes de los potenciales TE y TM se acoplen y den como resultado modos híbridos se hacen nulos ($C_\mu^\gamma = C_\varepsilon^\gamma = 0$), obteniéndose dos sistemas de ecuaciones independientes cada uno de los cuales conduce a soluciones para un tipo distinto de modo (TM y TE respectivamente):

$$\begin{aligned} A^{d(m)} + B^{d(m)} &= K_1(A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)}) \\ K_2(A^{d(m)} - B^{d(m)}) &= -A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)} \end{aligned} \quad (3.19)$$

con

$$\begin{cases} K_2 = K_1^t = [Y_{jn}] & (N_{m+1} \times N_m) & (TE) \\ K_2 = K_1^t = [X_{jn}] & (N_{m+1} \times N_m) & (TM) \end{cases} \quad (3.20)$$

Debido a ello, en sistemas homogéneos resulta conveniente realizar el análisis de cada tipo de modo de forma independiente, ya que computacionalmente se requiere el manejo de matrices dimensionalmente más pequeñas para representar cada modo.

Otro factor a tener en cuenta en sistemas homogéneos es la posible existencia de modos TEM, obviada en el análisis no homogéneo debido a que éstos no pueden cumplir las condiciones de contorno en la separación de regiones con diferente dieléctrico para un valor arbitrario de z . Por ello, es preciso realizar un procedimiento análogo al comentado en el Apéndice C para caracterizar sus estructuras de campo [19]. Para modos TEM, tratados de forma independiente, el sistema de ecuaciones al que se llega teniendo en cuenta la normalización ya comentada es:

$$\begin{aligned} L + A^{d(m)} + B^{d(m)} &= K_1(A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)}) \\ K_2(A^{d(m)} - B^{d(m)}) &= -A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)} \end{aligned} \quad (3.21)$$

con

$$\begin{aligned} K_2 = K_1^t = [Z_{jn}] &= \frac{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_{h_d}^{h_d+h_{m+1}} \Theta_j^{(m+1)}(y-h_d) \Theta_n^{(m)}(y) dy \\ L = [L_n] &= \frac{b^{(m+1)}}{k_{yn}^{(m)}} \sqrt{\frac{2}{k_{yn}^{(m)} h_m}} \left(\Theta_n^{(m)}(h_d) - \Theta_n^{(m)}(h_d + h_{m+1}) \right) \quad (N_m \times 1) \end{aligned}$$

Obviamente, debido a que no se ha impuesto ninguna condición adicional a los coeficientes de los potenciales, no es posible despejar sus valores de 3.17, 3.21, pero sí encontrar una relación entre ellos. Esa relación se hará mediante la matriz S por lo que buscaremos unas matrices S_{dis} y C tales que:

$$\begin{bmatrix} B^{d(m)} \\ B^{i(m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{d(m)} \\ A^{i(m+1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

Realizando las operaciones oportunas, se puede comprobar que para un sistema como 3.21 (y por ende para 3.17 siendo $[L_n] = 0$) se llega a:

$$S_{dis} = \begin{bmatrix} K_1 J K_2 - I_d^{(m)} & K_1 J \\ J^t K_2 & J - I_d^{(m+1)} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(K_1 J K_2 - 2I_d^{(m)})L \\ \frac{1}{2}J K_2 L \end{bmatrix}$$

donde

$$J = 2(I_d^{(m+1)} + K_2 K_1)^{-1}$$

$$I_d^{(m)} = \begin{cases} I_d^{2N_m} & (2N_m \times 2N_m) \quad \text{Sistema 3.17} \\ I_d^{N_m} & (N_m \times N_m) \quad \text{Sistema 3.19, 3.21} \end{cases}$$

$$I_d^{(m+1)} = \begin{cases} I_d^{2N_{m+1}} & (2N_{m+1} \times 2N_{m+1}) \quad \text{Sistema 3.17} \\ I_d^{N_{m+1}} & (N_{m+1} \times N_{m+1}) \quad \text{Sistema 3.19, 3.21} \end{cases}$$

3.3.3. Enlace de discontinuidades y ecuación característica

Una vez caracterizadas todas las discontinuidades de la sección transversal mediante su matriz GSMx, el paso siguiente sería encontrar la matriz GSMx de un sistema formado por una región m y las dos discontinuidades que aparecen en sus extremos, es decir, encontrar una relación entre los coeficientes de los potenciales de las regiones adyacentes ($m-1$ y $m+1$) a la región m (Ver Figura 3.7). Si las matrices GSMx de dichas discontinuidades son S^A y S^B y ambas llevan asociadas los términos independientes C^A y C^B , puede demostrarse que la matriz GSMx del enlace y su término independiente vienen dados por:

$$S^E = \begin{bmatrix} S_{11}^A + S_{12}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} S_{21}^A & S_{12}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{12}^B \\ S_{21}^B \Gamma_x^{(m)} (I_d^{(m)} + S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{11}^B \Gamma_x^{(m)}) S_{21}^A & S_{22}^B + S_{21}^B \Gamma_x^{(m)} S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{12}^B \end{bmatrix}$$

$$C^E = \begin{bmatrix} C_1^A + S_{12}^A \Gamma_x^{(m)} H (C_1^B + S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} C_2^A) \\ C_2^B + S_{21}^B \Gamma_x^{(m)} C_2^A + S_{21}^B \Gamma_x^{(m)} S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H (C_1^B + S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} C_2^A) \end{bmatrix}$$

con

$$H = (I_d^{(m)} - S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} S_{22}^A \Gamma_x^{(m)})^{-1}$$

Con el fin de poder conocer todos los potenciales en las diferentes regiones resulta conveniente además establecer las siguientes relaciones (Figura 3.7):

$$\begin{aligned} B^{d(m)} &= H S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} S_{21}^A A^{d(m-1)} + H S_{12}^B A^{i(m+1)} + H S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} C_2^A + H C_1^B \\ B^{i(m)} &= (I_d^{(m)} + S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{11}^B \Gamma_x^{(m)}) S_{21}^A A^{d(m-1)} + S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H S_{12}^B A^{i(m+1)} + \\ &\quad + S_{22}^A \Gamma_x^{(m)} H (C_1^B + S_{11}^B \Gamma_x^{(m)} C_2^A) + C_2^A \end{aligned} \quad (3.22)$$

Mediante el procedimiento de enlace anterior podemos llegar a la matriz GSMx de la sección transversal completa (S^T, C^T) que relacione las amplitudes de los potenciales de la primera

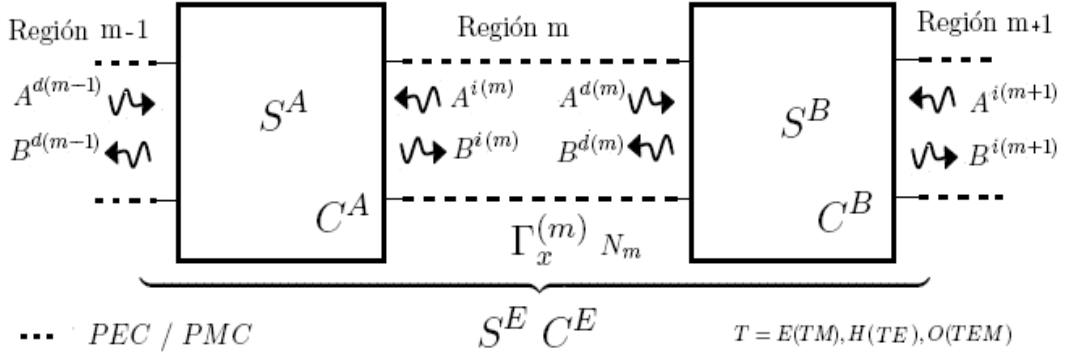


Figura 3.7: Parámetros implicados en la unión en cascada de dos matrices GSMx

y última región referidos a los sistemas (x_1^i, y_1^i) y (x_P^d, y_P^d) . Dicha matriz será de la forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} B^{Ti} \\ B^{Td} \end{bmatrix}}_{B^T} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11}^T & S_{12}^T \\ S_{21}^T & S_{22}^T \end{bmatrix}}_{S^T} \underbrace{\begin{bmatrix} A^{Ti} \\ A^{Td} \end{bmatrix}}_{A^T} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_1^T \\ C_2^T \end{bmatrix}}_{C^T} \quad (3.23)$$

donde las amplitudes A^{Ti}, A^{Td} están relacionadas con las de la primera y última región de la forma:

$$\begin{cases} A^{Ti} = B^{i(1)} & B^{Ti} = A^{i(1)} \\ A^{Td} = B^{d(P)} & B^{Td} = A^{d(P)} \end{cases} \quad (3.24)$$

Una vez obtenida la matriz S^T , para despejar los coeficientes es necesario establecer una relación adicional entre los mismos imponiendo las condiciones de las paredes laterales que cierran la sección:

$$R^1 \begin{cases} PEC \begin{cases} \frac{\partial F_H^{i(1)}}{\partial x} = 0 \Rightarrow A_{Hn}^{i(1)} = -B_{Hn}^{i(1)} \\ F_E^{i(1)} = 0 \Rightarrow A_{En}^{i(1)} = -B_{En}^{i(1)} \end{cases} \\ PMC \begin{cases} F_H^{i(1)} = 0 \Rightarrow A_{Hn}^{i(1)} = B_{Hn}^{i(1)} \\ \frac{\partial F_E^{i(1)}}{\partial x} = 0 \Rightarrow A_{En}^{i(1)} = B_{En}^{i(1)} \end{cases} \end{cases} \quad R^P \begin{cases} PEC \begin{cases} \frac{\partial F_H^{d(P)}}{\partial x} = 0 \Rightarrow A_{Hn}^{d(P)} = -B_{Hn}^{d(P)} \\ F_E^{d(P)} = 0 \Rightarrow A_{En}^{d(P)} = -B_{En}^{d(P)} \end{cases} \\ PMC \begin{cases} F_H^{d(P)} = 0 \Rightarrow A_{Hn}^{d(P)} = B_{Hn}^{d(P)} \\ \frac{\partial F_E^{d(P)}}{\partial x} = 0 \Rightarrow A_{En}^{d(P)} = B_{En}^{d(P)} \end{cases} \end{cases}$$

que matricialmente pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} A^{i(1)} \\ A^{d(P)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_i & 0 \\ 0 & R_d \end{bmatrix}}_R \begin{bmatrix} B^{i(1)} \\ B^{d(P)} \end{bmatrix} \Rightarrow B^T = R A^T \quad (3.25)$$

donde

$$R_{i,d} = \begin{cases} -I_d & PEC \\ I_d & PMC \end{cases}$$

Teniendo en cuenta 3.23 , 3.24 y 3.25 se obtiene la siguiente ecuación característica:

$$RA^T = S^T A^T + C^T \Rightarrow (R - S^T)A^T = C^T$$

Para modos TEM, el sistema anterior es compatible y proporciona directamente las amplitudes A^T . Para modos TE, TM o híbridos, donde $C^T = 0$, éste proporciona soluciones no triviales sólo en el caso en que:

$$\det(R - S^T) = 0 \quad (3.26)$$

La evaluación de esta última ecuación en la variable γ permite obtener, para cada frecuencia, el espectro de autovalores de la estructura. Una vez obtenido, la resolución del problema homogéneo proporciona los coeficientes A^T mediante los cuales se pueden deducir todos los demás coeficientes asociados a cada una de las regiones implicadas empleando las expresiones anteriormente citadas. A partir de los potenciales se obtienen todas las componentes de los campos.

Particularmente, para sistemas homogéneos donde la constante γ_c se conserva en toda la estructura, sería más que conveniente evaluar en frecuencia la ecuación 3.26 para el valor fijo $\gamma = 0$, ya que dicha evaluación conduce directamente a las frecuencias de corte que definen unívocamente cada modo.

3.3.4. Convergencia

El estudio de la convergencia de cualquier problema numérico es necesario para garantizar la validez de los resultados obtenidos por el mismo.

Para RTG, el problema numérico surge a raíz del truncamiento de las diferentes series asociadas a los potenciales implicadas en el método con el objetivo de encontrar sistemas de ecuaciones resolubles computacionalmente. Debido a que en este método son más de una las series a truncar, la convergencia del mismo no sólo dependerá del número de términos a los cuales dichas series se trunquen, sino que además dependerá de la relación entre ellos (convergencia relativa).

El fenómeno de la convergencia en las técnicas de ajuste de campo ha sido estudiado para multitud de problemas y multitud de formulaciones de los que se deduce que no existe ningún criterio común acerca del número de términos a utilizar. La validez de los resultados sólo la puede asegurar la bondad en el cumplimiento de las condiciones de continuidad del campo en la separación entre regiones y el cumplimiento de las condiciones de contorno en los conductores (PEC/PMC). Así, la elección del número de términos dependerá de la naturaleza de cada problema y tendrá que ser analizada caso a caso atendiendo a diversos criterios de bondad en el cumplimiento de dichas condiciones.

3.3.5. Aspectos a considerar en RTG

Tal y como se ha definido el método (normalización y formulaciones matriciales), hay que tener en cuenta ciertos problemas que pueden surgir a la hora de caracterizar cualquier estructura:

1. En la evaluación de la ecuación 3.26 existen ciertos valores de la variable de búsqueda para los que las integrales de cruce no pueden ser calculadas. En el caso de sistemas homogéneos, donde dicha variable es f_c , este fenómeno se produciría para valores de frecuencias que anulen $k_{xj}^{(m)(m+1)}$ (ver las expresiones 3.20). Para resolver dicho problema se debe recurrir a una nueva normalización de los potenciales que haga que dichos términos desaparezcan del sistema [18].

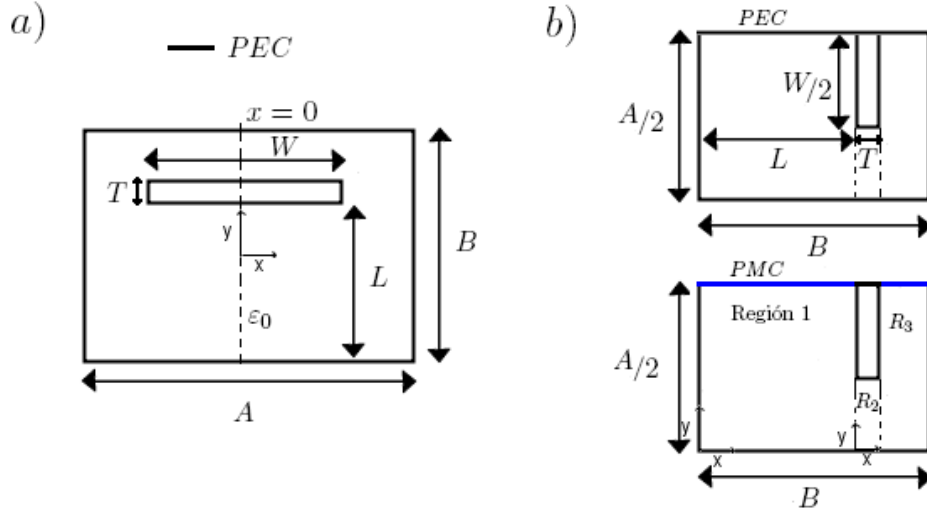


Figura 3.8: a) Coaxial rectangular genérico con un plano de simetría en $x = 0$ b) Semiproblemas resultantes de la descomposición par e impar de la figura a)

2. Computacionalmente, de la ecuación 3.26 no se pueden distinguir raíces con multiplicidades distintas de la unidad, por lo que la única forma de identificar dos modos degenerados es:

- Que ambos sean de distinto tipo (TE y TM) en cuyo caso el tratamiento de los mismos por separado, sólo en sistemas homogéneos, proporcionará la multiplicidad en el autovalor correspondiente.
- Recurriendo a la descomposición par e impar si fuese posible.

3.4. Análisis del coaxial rectangular

3.4.1. Geometría y simetrías

La figura 3.8a muestra la sección transversal de un coaxial rectangular de dimensiones arbitrarias simétrico respecto de un plano ($x = 0$) que va a ser analizado por la técnica de la RTG con el fin ya mencionado de poder caracterizar las discontinuidades que surgen en la mayor parte de células TEM, entre otros dispositivos.

Debido a la simetría, podemos realizar la descomposición par e impar (apartado 3.2.2), llegando a los dos semiproblemas de la figura 3.8b, donde ambos se han girado con el fin de encontrar problemas que no impliquen un tratamiento multipuerta.

La primera descomposición proporcionará los modos TE y TM impares a $x = 0$ (TE_i, TM_i) y la segunda los modos TE y TM pares a $x = 0$ (TE_p, TM_p) y el modo fundamental de la estructura, el modo TEM, que obviamente sólo puede poseer dicha simetría.

3.4.2. Convergencia

Antes de mostrar resultados formales derivados del análisis del coaxial de la figura 3.8, resulta conveniente llegar a un criterio genérico razonable para la elección del número de términos que representen cada modo y que proporcione ciertas garantías de validez de los resultados. Para ello, se va a realizar un análisis de convergencia de un caso concreto que permita extraer ciertas conclusiones generalizables con tal fin.

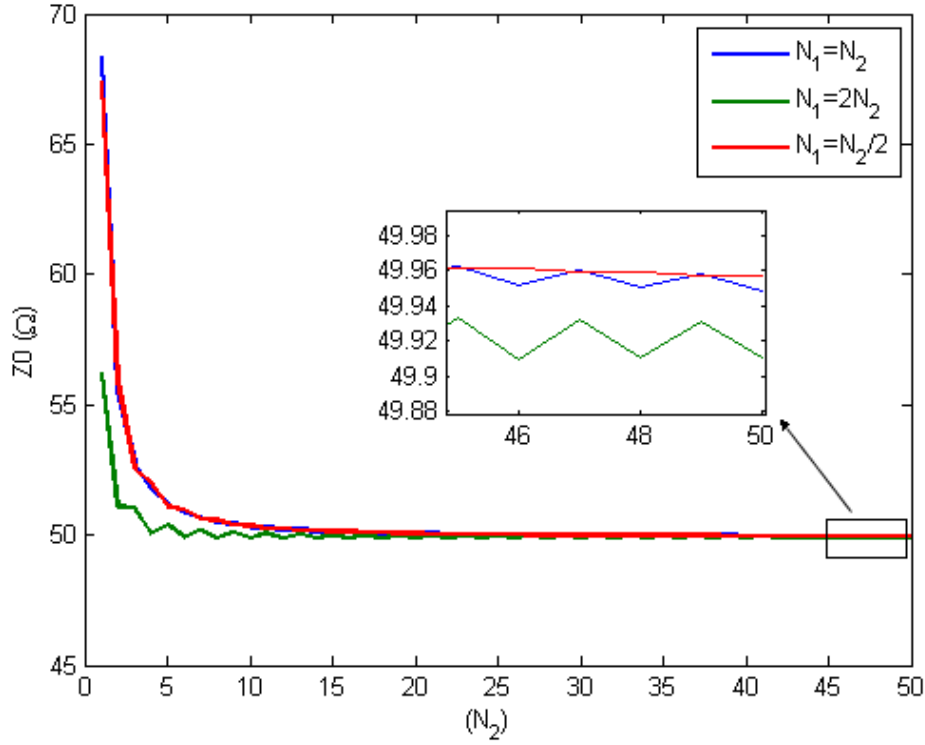


Figura 3.9: Impedancia característica en función del número de términos de la segunda región (N_2) para distintas relaciones N_2/N_1 (Figura 3.8)

La estructura a analizar es un coaxial de 50 Ω ($\varepsilon_r = 1$) cuyo conductor interior está centrado y cuyas dimensiones (según la figura 3.8) son:

$$\frac{B}{A} = 0,39 \quad \frac{T}{B} = 0,051 \quad \frac{W}{A} = 0,5$$

a) Convergencia de la impedancia característica

La figura 3.9 muestra el valor de la impedancia característica Z_0 en función del número de términos de truncamiento en las series de la región 2 (N_2) para varias relaciones entre éste y el número de términos en las regiones 1 y 3 (N_1). Se puede comprobar que para una relación $N_1 = 2N_2$ se produce una convergencia más rápida en la impedancia característica respecto de las demás. La relación anterior es igual a la relación de alturas entre regiones adyacentes lo que concuerda con la idea de que en general las técnicas de ajuste de campo suelen converger más rápidamente cuando la relación de términos (RTG) o modos (Ajuste Modal) entre regiones adyacentes suele estar en torno a la relación de alturas o áreas ([20], [18]). Por tanto, sin ser descabellado podríamos generalizar lo anterior asumiendo que en una estructura como la de la figura 3.8 la relación de alturas puede ser idónea como criterio general en la elección de la relación entre los términos de las series en las diferentes regiones. Además, en la figura también se puede observar el fenómeno de la convergencia relativa ya que el valor al que converge el parámetro es distinto para las diferentes relaciones entre términos.

b) Convergencia del campo

Asumiendo como válida la relación de alturas, las figuras 3.10 y 3.11 muestran el valor de la componente E_y (componente dominante) normalizada en la discontinuidad entre las

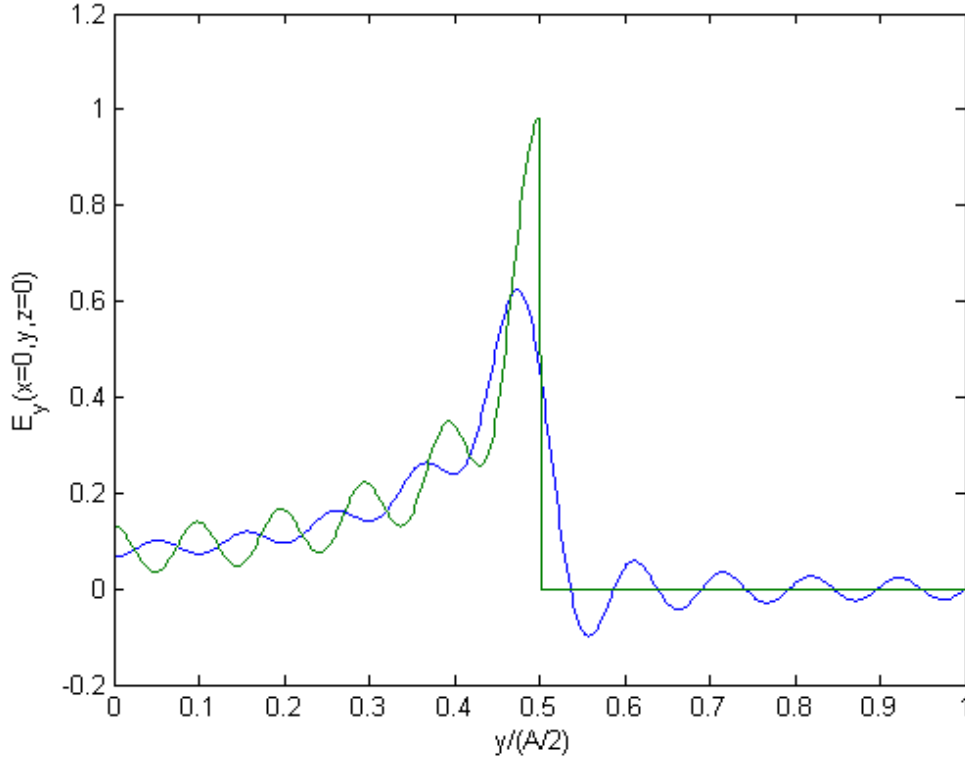


Figura 3.10: $|E_y|$ normalizado en la discontinuidad entre las regiones 1 y 2 (2 y 3) para el modo fundamental. $N_2 = 10$

regiones 1 y 2 (2 y 3) para el modo fundamental de la estructura y para los valores $N_2 = 10$ y $N_2 = 20$.

Observándolas, es fácil comprobar cómo un aumento en el número de términos produce una mejora en el cumplimiento de la continuidad del campo en el gap de la discontinuidad y en la anulación de la componente tangencial del campo eléctrico en los conductores de la misma. Conforme se aumenta el número de términos se producen los siguientes efectos en el ajuste:

- Se reduce la amplitud del rizado del campo en el gap
- Aumenta el rizado en el conductor, aunque el error se reduce en promedio
- Se mejora el campo en la arista

Como resultado podría pensarse que es necesario un gran número de términos para representar cada modo; no obstante, salvo que se requiera un conocimiento estricto del campo, esto no es así. Normalmente, lo que se pretende es conocer el valor de ciertas magnitudes eléctricas medibles propias del sistema. Para éstas, ajustes de campo como los de las figuras 3.10, 3.11 proporcionan resultados correctos, ya que aunque el error puntual del campo sea grande, su influencia en dichas magnitudes es mínima al ser todas ellas magnitudes integrales (potencia transmitida, impedancia característica, etc). Por ello podemos asumir como válidos, para gran parte de los modos (siempre que no sean de órdenes extremadamente altos), resultados asociados a una horquilla de N_2 de entre 8 a 15 términos. Como ejemplo, para el

modo fundamental puede comprobarse que la impedancia característica converge para estos valores de N_2 (Figura 3.9).

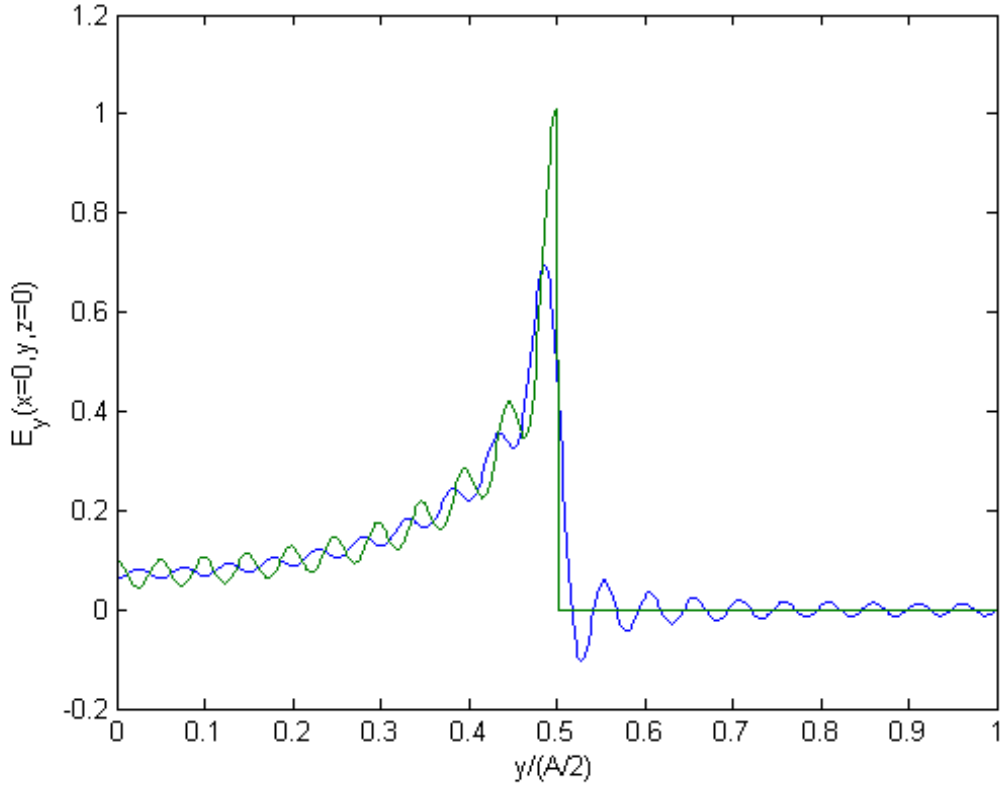


Figura 3.11: $|E_y|$ normalizado en la discontinuidad entre las regiones 1 y 2 (2 y 3) para el modo fundamental. $N_2 = 20$

Una elección baja en el número de términos resulta esencial, ya que el tiempo de computación en el análisis por RTG y sobre todo en el empleo de técnicas híbridas que empleen dicha técnica aumenta notablemente conforme aumenta el valor del número de términos de las series que representan los potenciales en las regiones.

c) Convergencia de las frecuencias de corte

Antes de asumir como válidos los valores de N_2 citados anteriormente, hay que cerciorarse que las frecuencia de corte han convergido para dichos valores para la mayor parte de los modos. La figura 3.12 muestra la convergencia de las frecuencias de corte de algunos modos superiores en función del parámetro N_2 , donde el error se ha definido como:

$$E_{f_{corte}}(N_2) = \frac{f_c(N_2) - f_c(N_2 = 30)}{f_c(N_2 = 30)}$$

En figura, el valor M indica el orden del modo respecto de su frecuencia de corte (M=1 primer modo superior), el primer subíndice la familia a la que pertenece de acuerdo a su simetría (par e impar) y el segundo subíndice el orden dentro de la misma. Observamos que para $N_2 = 10$ en el peor de los casos se consigue un error de 2/1000 de divergencia en la frecuencia de corte. Por ello, y por lo explicado anteriormente, dicho valor puede ser una buena elección como valor genérico de número de términos con los cuales se represente la

gran mayoría de los modos de la estructura 3.8. No obstante, hay que tener en cuenta ciertas limitaciones para esta elección:

1. Normalmente, un modo de orden alto precisará un número de términos mayor que uno de orden más bajo, pues en general, éste suele tener una variación más rápida respecto a las variables espaciales. Aún así, se ha comprobado que el valor $N_2 = 10$ puede representar aproximadamente a los 150 primeros modos de un coaxial rectangular, algo que en la mayoría de las aplicaciones resulta más que suficiente.
2. Conforme la anchura del conductor interior se haga más cercana a la del exterior, se precisarán más términos para representar gran parte de los modos de la estructura para los cuales se produce una enorme concentración del campo en las regiones donde dichos conductores se encuentren más cercanos (caso del modo TEM). Para valores ($W/A > 0,8$), el número $N_2 = 10$ resulta insuficiente, ya que aunque las frecuencias de corte para esos casos sigan convergiendo, se produce un empeoramiento sustancial en el cumplimiento de las condiciones de salto en las fronteras de separación de regiones.

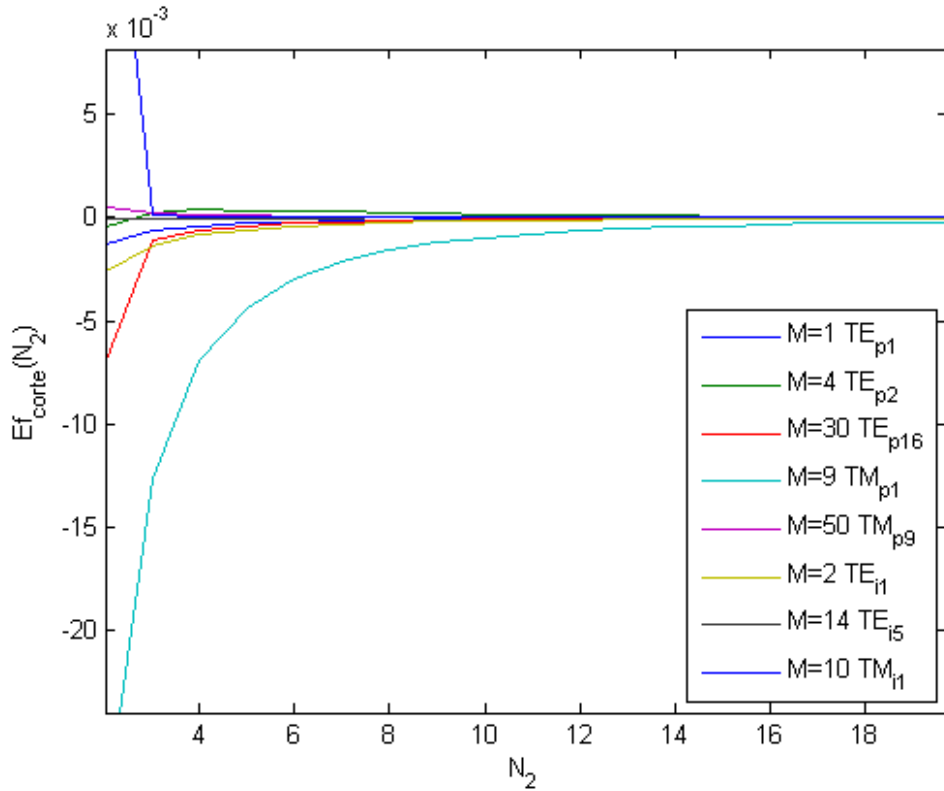


Figura 3.12: Convergencia de las frecuencias de corte de algunos modos superiores

3.4.3. Resultados

Un estudio completo del coaxial rectangular resulta inviable debido a la gran cantidad de variables implicadas en el mismo. Por ello se estudiarán aquellos casos que ayuden a comprender el comportamiento del mismo bajo ciertas restricciones dimensionales que ya hayan sido estudiadas previamente en otras referencias (con el objetivo de validar nuestros resultados) y/o que puedan ser de utilidad en el diseño de ciertos tipos de dispositivos.

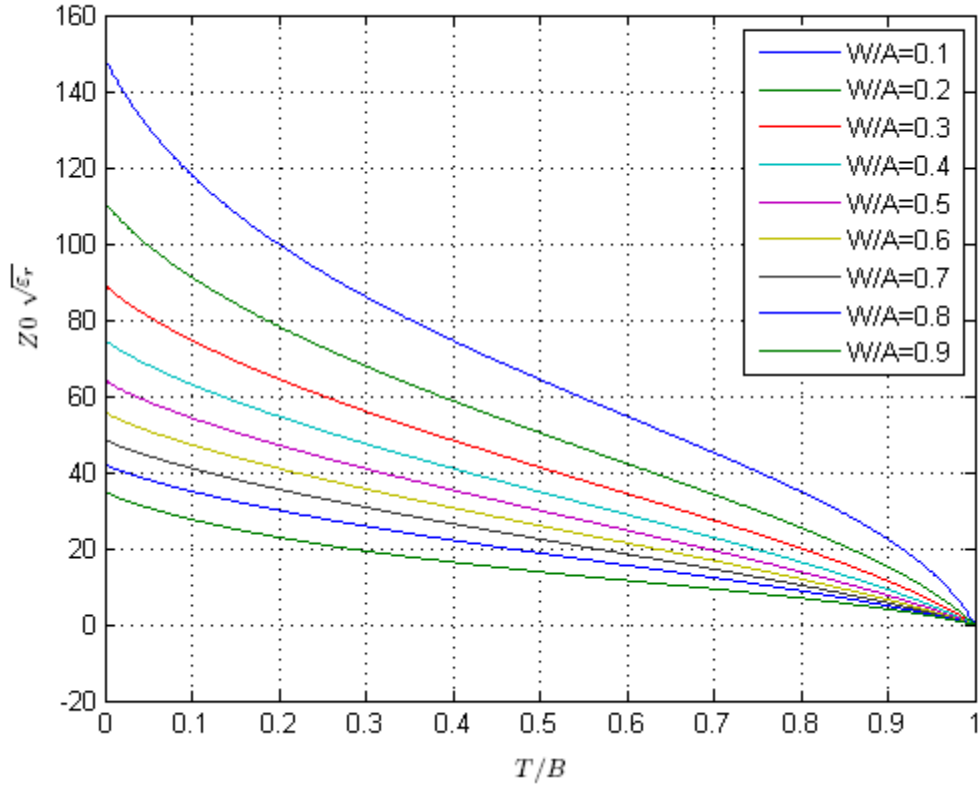


Figura 3.13: Impedancia característica normalizada para diferentes valores de espesor y anchura del conductor. $A/B = 0,39$ y $L = B/2$ (caso centrado).

■ Impedancia característica

Para el coaxial rectangular centrado ($L = B/2$) con $A = 2B$, empleando $N_2 = 10$; $N_1 = N_3 = 2N_2$, la figura 3.13 muestra el valor de la impedancia característica normalizada en función del espesor del conductor interior para distintos valores de anchura del mismo. Se puede comprobar que los resultados obtenidos concuerdan con los derivados de [21], [22].

Además, con el fin de concebir una herramienta de pre-diseño visual para diversos sistemas (entre los que incluyen las células TEM y GTEM) resulta de gran utilidad llegar a figuras como la 3.14. En ella, para el caso particular en que $T/B = 0,002$ y $A = 2B$, se muestran los valores W/A , L/B que proporcionan una determinada impedancia objetivo normalizada.

■ Frecuencias de corte:

Para entender cómo se comporta en frecuencia la estructura 3.8 bajo una variación en la anchura del conductor interior, la figura 3.15 muestra, para el caso centrado de espesor $T/B = 0,051$ y $B/A = 0,39$, las frecuencias de corte normalizadas de algunos modos superiores en función del cociente W/A .

Con respecto a dicha figura, hay que tener en cuenta que debido a que el coaxial rectangular no tiene solución analítica, no es posible emplear la nomenclatura de denominación de modos de las guías rectangular o circular mediante índices que indiquen la variación del mismo respecto de las dos variables coordenadas pertinentes. La única información que tenemos acerca de los modos tras un análisis numérico es su frecuencia de corte y su pertenencia a alguna familia de modos con una determinada simetría (si la hubiese). Por tanto, la única

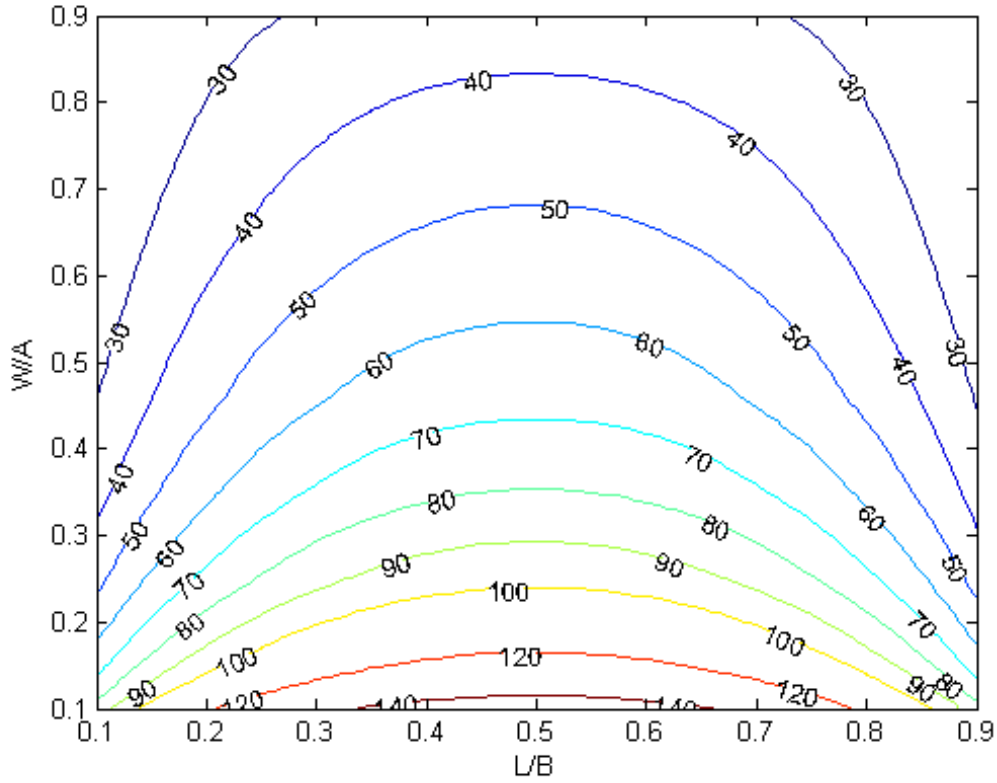


Figura 3.14: Valores normalizados de W y L que proporcionan una determinada impedancia objetivo normalizada ($Z_0\sqrt{\epsilon_r}$) para un coaxial de dimensiones $A = 2B$, $T/B = 0,002$

manera de denominar a un modo es estipular su tipo (TE, TM o TEM), la familia a la que pertenece de acuerdo a su simetría, y su orden (ya sea dentro de su familia o dentro del conjunto de todos los modos). Debido a que para cada valor de W el orden de un modo puede variar, la nomenclatura empleada para denominarlo ha sido la asociada al mismo para un valor de W muy cercano a 0 de acuerdo a los criterios mencionados anteriormente: tipo, simetría (respecto del plano $x = 0$) y orden dentro de su familia (ver figura 3.15).

Como puede apreciarse en la figura, existen modos cuya variación con respecto a la anchura del conductor interior es muy pequeña (TE_{1p}, TE_{1i}, \dots) lo que sugiere que su componente en la dirección de variación de W es muy reducida en la mayor parte de la estructura. Estos modos toman por tanto unas frecuencias de corte y una distribución de campo similares a las de los modos de la guía rectangular de dimensiones iguales a las del conductor exterior ($A \times B$) y cuya variación con respecto a una de las variables coordenadas sea nula, en este caso, respecto de y (modos TE_{n0}).

La figura 3.16 muestra la distribución de campo eléctrico de los primeros modos para $W/A = 0,5$ donde se observa dicho comportamiento junto con las características de uniformidad y polarización del modo TEM que hace que el coaxial rectangular sea un estándar de utilización para la mayor parte de aplicaciones asociadas a células TEM (ver capítulo 2). Además, se puede comprobar cómo uno de los modos invariantes a W toma el papel de primer modo superior para un gran margen de valores de W/A , dejando el ancho de banda monomodo inalterado en dicho margen. Ante una variación de W (fijado A), este ancho de banda monomodo es también una cota superior en cuanto la banda que se puede conseguir.

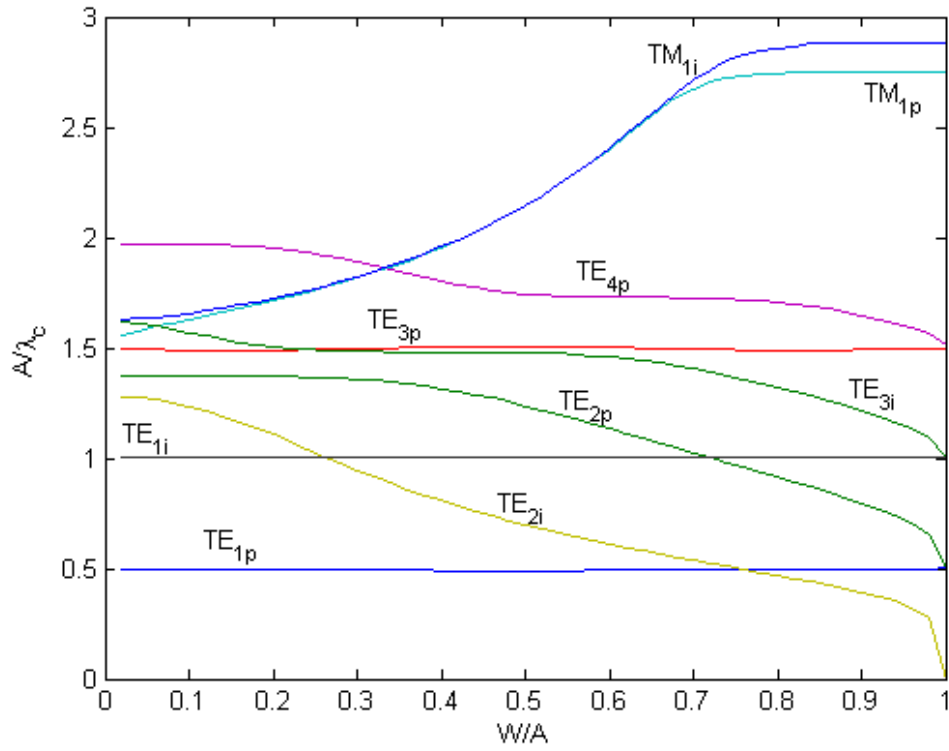


Figura 3.15: Frecuencias de corte normalizadas en función de la anchura del conductor interior para un coaxial centrado de dimensiones $A = 0,39B$, $T/B = 0,051$

Modo	[23]	RTG(MHz)	Modo	[23]	RTG(MHz)
TE_{1i}	15,2	15,21	TE_{3p}	47,9	47,87
TE_{1p}	24,6	24,56	TM_{1p}	48	47,9
TE_{2p}	31,1	31,09	TE_{4i}	49,2	49,14
TE_{2i}	41,2	41,10	TE_{5i}	54,2	54,07
TE_{3i}	45,5	45,40	TE_{4p}	61,3	60,95
TM_{1p}	47,8	47,70	TM_{1i}	63,8	63,51

Tabla 3.3: Comparación entre las frecuencias de corte obtenidas mediante RTG para el coaxial rectangular centrado de dimensiones $A=6.1$ m, $B=7.3$ m, $W=4.06$ m, $T/B=0$

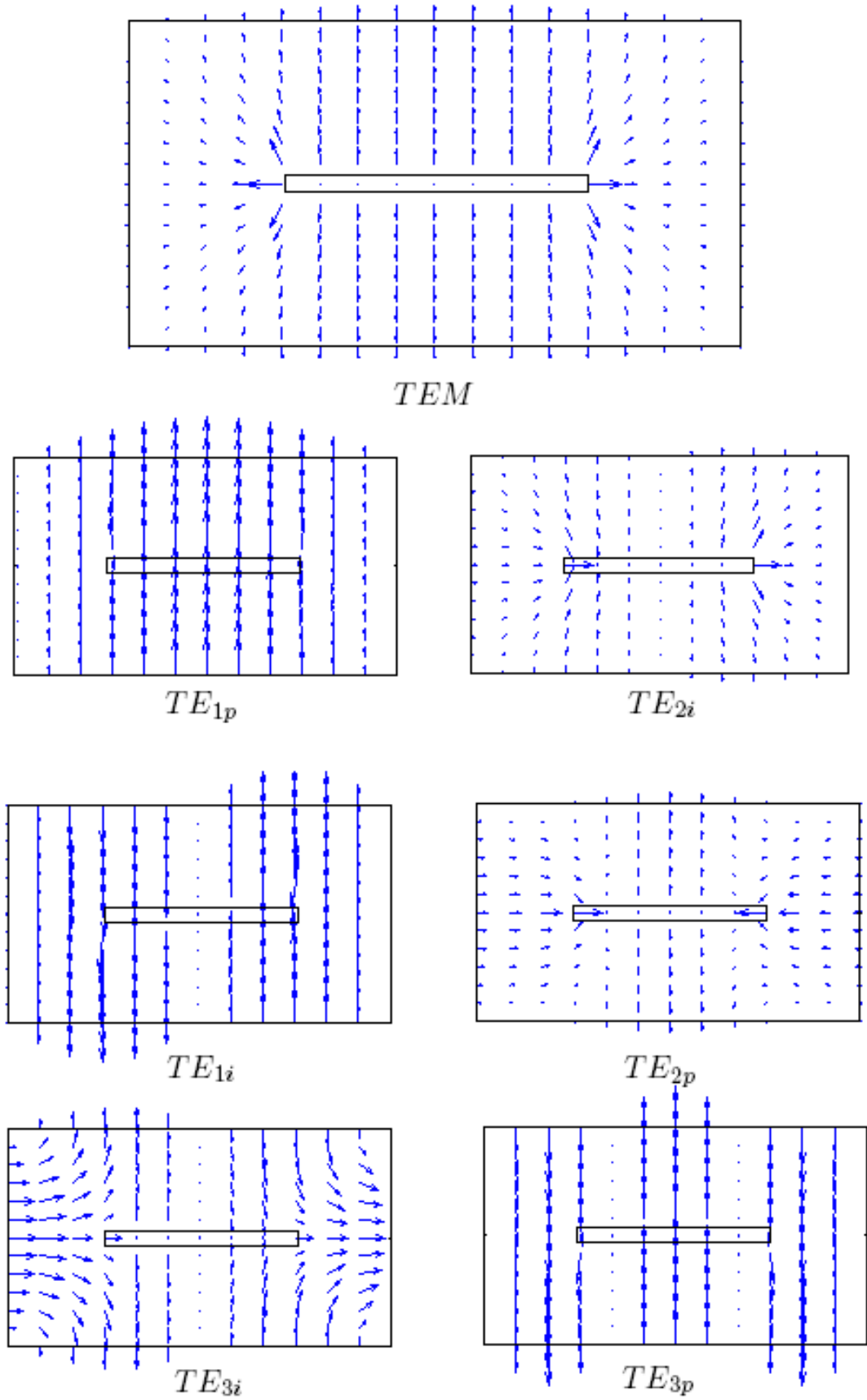


Figura 3.16: Distribución de campo eléctrico de los primeros modos del coaxial rectangular centrado de dimensiones $A = 2B$, $W/A = 0,5$ y $T/B = 0,051$,

Otro análisis interesante es el comportamiento de los modos frente a la variación del altura y anchura que mantengan constante una cierta impedancia. En la figura 3.17 puede verse este comportamiento para $A = 2B$, $T/B = 0,002$ y para una impedancia objetivo de 50Ω . De ella puede deducirse que la banda monomodo de un coaxial rectangular que mantiene la impedancia (bajo las restricciones dimensionales impuestas) permanece casi inalterable para cualquier posición que ocupe el conductor interior dentro del mismo, siempre que se mantenga la simetría respecto a $x = 0$.

Finalmente, también resulta de interés comparar valores concretos de frecuencias de corte con respecto a los obtenidos mediante otros procedimientos numéricos rigurosos, con el fin ya mencionado de validar los resultados obtenidos. La tabla 3.3 muestra las frecuencias de corte derivadas de RTG en comparación con los citados en [23] para la célula TEM centrada de dimensiones $A = 6,1 \text{ m}$, $B = 7,3 \text{ m}$, $W = 4,06 \text{ m}$, $T/B \rightarrow 0$. En dicha tabla los modos se han ordenado por frecuencia de corte y para su denominación se ha empleado la nomenclatura: tipo de modo, familia asociada a una simetría (respecto a $x = 0$) y orden dentro la misma⁵.

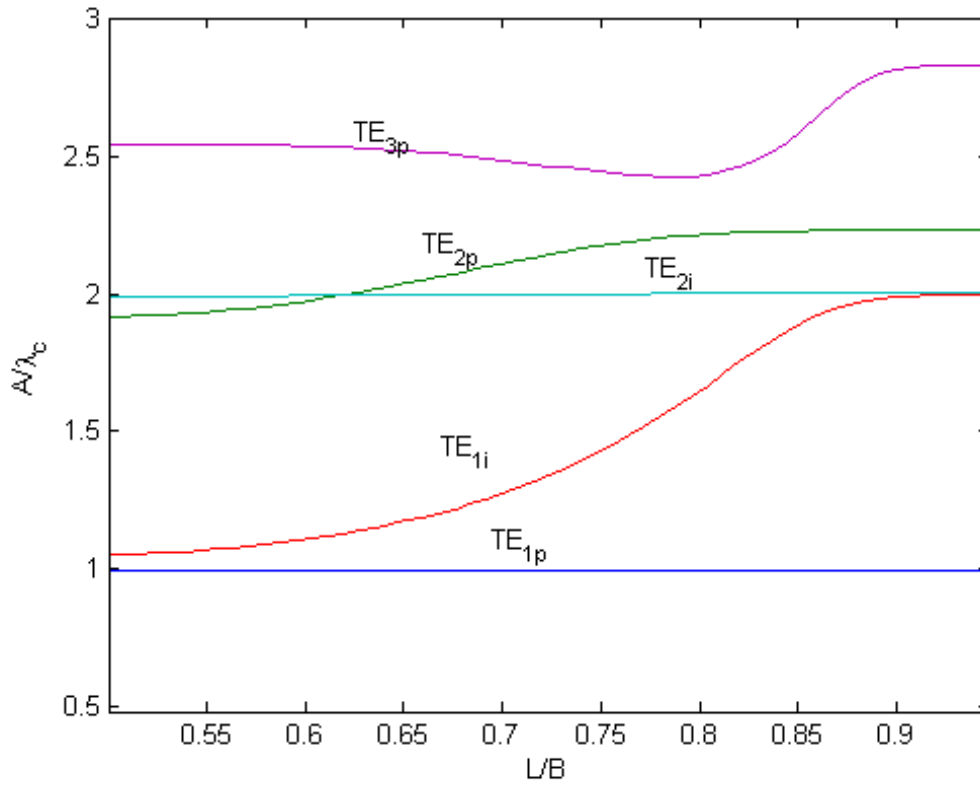


Figura 3.17: Frecuencias de corte normalizadas en función de la altura del conductor interior (caso descentrado) que mantiene el valor de impedancia constante a 50Ω

3.4.4. Caso Particular: Stripline

La línea de transmisión stripline, empleada en numerosos dispositivos de microondas debido a que tecnológicamente es fácilmente implementable, es un caso particular derivado del coaxial rectangular cuando típicamente se suelen cumplir condiciones del estilo $B \simeq 3 \text{ mm}$, $T/B \simeq$

⁵En este caso, esta nomenclatura está asociada al valor concreto de W y no al valor de W cercano a 0 como se hizo anteriormente.

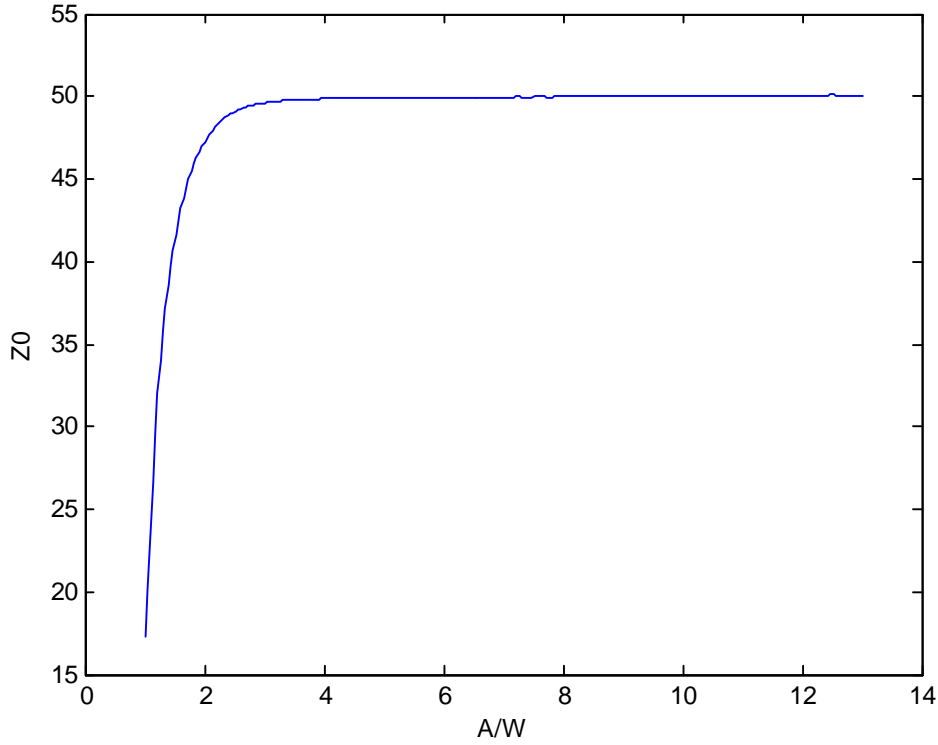


Figura 3.18: Variación de A/W (W fijo) que proporciona 50Ω para $B = 3 \text{ mm}$, $T/B = 0,005$.

0,005 y $A \gg W$, esta última con el fin de que las paredes metálicas tengan una influencia mínima manteniendo un único modo TEM confinado en el sistema y un comportamiento independiente de A que permita gran flexibilidad tecnológica.

Para realizar el análisis en este caso, en primer lugar hay que buscar la relación entre A y W adecuada que permita despreciar el efecto de las paredes laterales para el TEM. Para un valor fijo $W = 2,3 \text{ mm}$ y una impedancia objetivo de 50Ω ($\epsilon_r = 1$), la figura 3.18 muestra el valor de Z_0 en función de la relación A/W . De ella se deduce que para relaciones mayores a 3, se consigue el comportamiento deseado.

Para los valores típicos:

$$B = 3 \text{ mm}, T/B = 0,005 \text{ y } A/W \geq 3$$

la figura 3.19 muestra la variación de la impedancia característica en función de la anchura del conductor interior (strip), comparando además los resultados con los obtenidos de las fórmulas clásicas [21]. Vemos que los resultados a los que se llega mediante RTG para este caso son excelentes.

Con respecto a las frecuencias de corte de los modos superiores, las aplicaciones asociadas a la stripline sólo requiere el conocimiento de la frecuencia de corte del primer modo superior. Como puede verse en la figura 3.15, para valores de W/A pequeños, éste corresponde con un modo cuya frecuencia de corte y distribución de campo es similar al del modo TE_{10} de la guía de dimensiones $A \times B$.

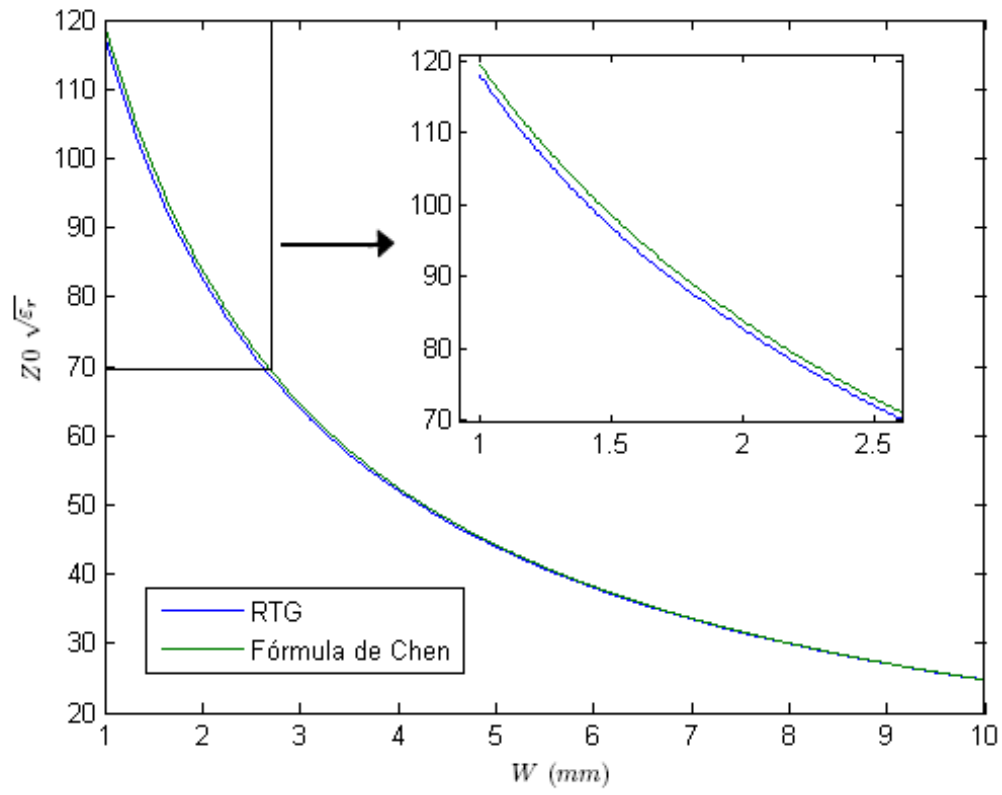


Figura 3.19: Impedancia característica normalizada en función de la anchura de la strip (stripline)

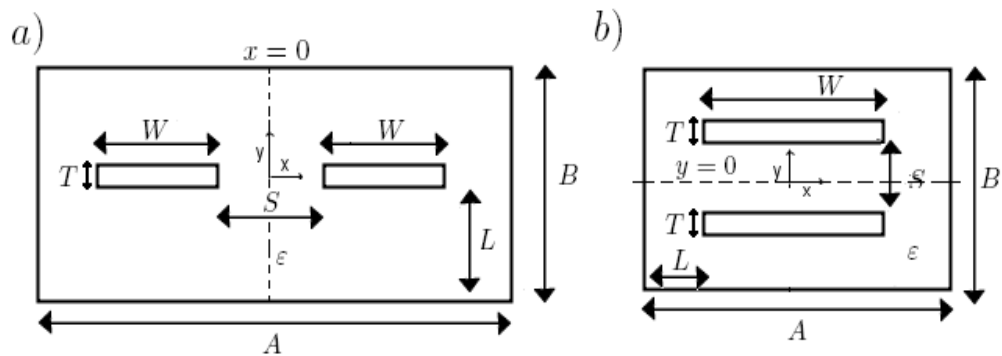


Figura 3.20: Estructuras típicas de líneas acopladas en coaxial rectangular

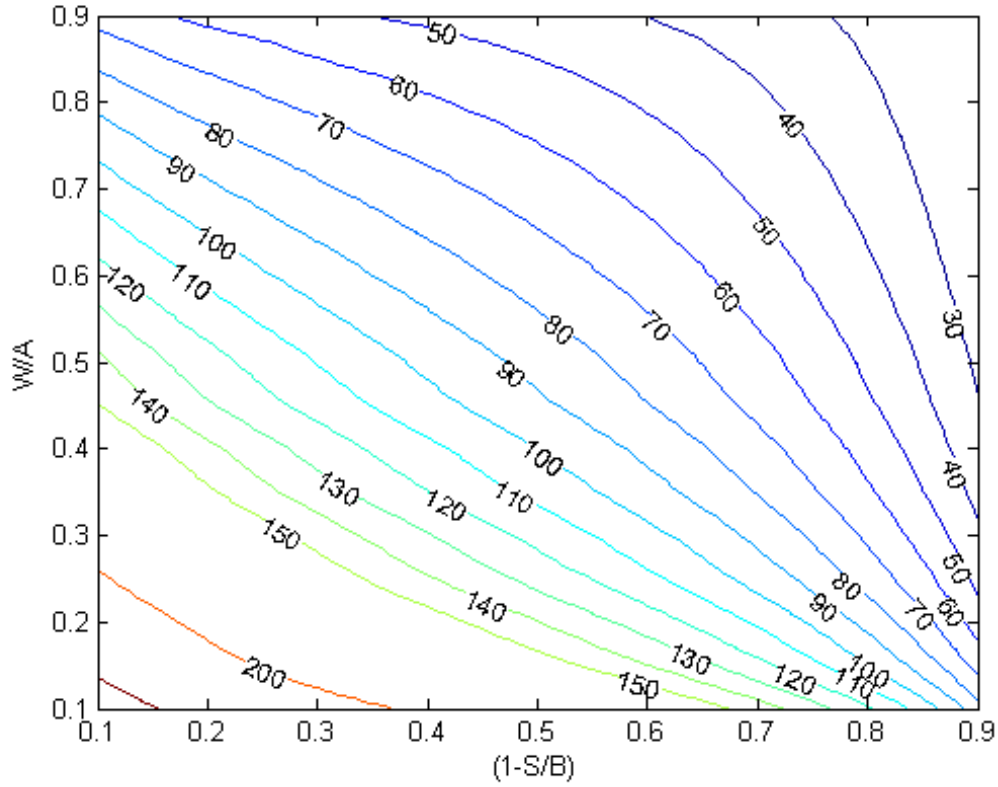


Figura 3.21: Valores normalizados de anchura y separación que proporcionan una determinada impedancia par normalizada.

3.5. Análisis de líneas acopladas

3.5.1. Geometría y simetrías

Las líneas acopladas tienen una gran importancia en microondas debido a que con ellas es posible concebir sistemas cuyo funcionamiento se base en el control de la propagación de dos modos TEM: acopladores, filtros o, para el caso que nos interesa, algunos tipos de células TEM (ver capítulo 2). Por ello, puede resultar de interés un estudio electromagnético de las mismas en la estructura que venimos considerando, el coaxial rectangular.

En las figuras 3.20a,b se muestran las formas típicas de las líneas acopladas en coaxial rectangular que proporcionan, debido a las simetrías respecto a sus respectivos planos, dos modos TEM ortogonales.

La estructura a analizar mediante RTG es la correspondiente a la figura 3.20b particularizada para $L = (A - W)/2$, $A = B$ y $T/B = 0,001$. Estas dimensiones han sido escogidas debido a que pueden ser útiles a la hora de concebir algunos tipos de células TEM entre otros dispositivos.

3.5.2. Resultados

La figura 3.21 muestra los valores de S y W necesarios para sintetizar una determinada impedancia característica para el modo TEM par, $Z_{0p}\sqrt{\epsilon_r}$. Para el modo TEM impar, debido a las dimensiones consideradas, la figura equivalente a la 3.21 es la 3.14, donde la variable L ha de ser sustituida por $(B - S)$, ya que los modos impares de la estructura

		W/A					
		$\frac{A}{\lambda_c}$	0,2	0,4	0,5	0,7	0,9
$\frac{B-S}{B}$	0,2	0.496	0.48	0.465	0.417	0.34	
	0,4	0.489	0.45	0.423	0.357	0.273	
	0,5	0.483	0.432	0.404	0.335	0.253	
	0,7	0.475	0.417	0.383	0.31	0.226	

Tabla 3.4: Valores normalizados de las frecuencias de corte del primer modo superior de la estructura acoplada para distintos valores normalizados de W y S

corresponden con todos los modos del coaxial rectangular cuyas dimensiones son $A' = A$, $B' = B/2$, $T'/B' = 0,002$ y $T = T'$ (según la figura 3.8). Estas dos figuras constituyen una buena herramienta de diseño para células TEM acopladas junto a la tabla 3.4 que muestra el ancho de banda monomodo que se puede obtener (frecuencia de corte normalizada del primer modo superior) para distintos pares (W, S) y por ende, distintas impedancias par e impar. Los resultados conseguidos concuerdan con [24].

Capítulo 4

Caracterización de discontinuidades $z=cte$ mediante Ajuste Modal

4.1. Introducción

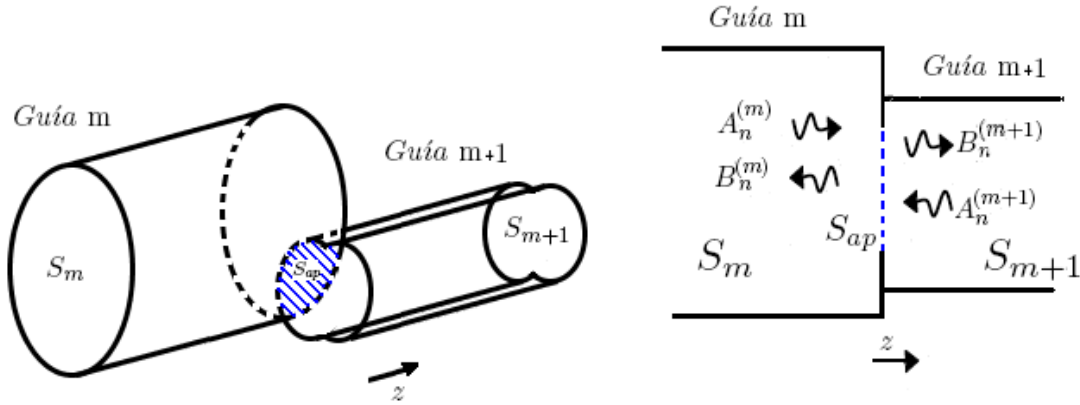
En el capítulo anterior se ha estudiado la técnica de la RTG como estrategia de caracterización de sistemas de guiado que tuviesen simetría de traslación en una de las variables coordenadas, la variable z . Como paso siguiente, en la primera parte de este capítulo se estudiará la técnica de Ajuste Modal ("Mode Matching" MM) como herramienta de análisis de sistemas de guiado que no conserven dicha simetría en su conjunto, pero que sí puedan descomponerse en secciones donde sea posible asumirla ¹.

Cada una de estas secciones lleva asociado un espectro modal cuya combinación, previa imposición de las correspondientes condiciones de contorno en planos $z = cte$, proporciona la solución del problema. Así, el objetivo sería encontrar en cada sección las amplitudes de cada uno de los modos que hagan que se cumplan las condiciones de salto en las discontinuidades surgidas en la separación de secciones y las condiciones externas de excitación y carga que hacen que el problema pueda ser caracterizado de forma completa. El proceso seguido para ello es del todo análogo al seguido en RTG para la determinación de los coeficientes de las series asociadas a los potenciales; en este caso, el papel que jugaban las mismas con sus respectivos valores k_x lo desempeñan los distintos modos con sus amplitudes y constantes de propagación γ , y las condiciones de ortogonalidad de las autofunciones de Sturm-Liouville que en RTG eran necesarias para establecer las relaciones adecuadas que permitiesen la obtención de los coeficientes, ahora son desempeñadas por las de ortogonalidad de los modos [15].

Nuevamente, se empleará el concepto de matriz de dispersión S para otorgar mayor generalidad al proceso si bien en este caso nos centraremos más detenidamente en ciertas propiedades que se cumplen en función de la normalización de ésta, de la simetría del problema, etc, que permiten simplificar el problema.

En la segunda parte del capítulo, se empleará la técnica de MM para la caracterización de ciertos tipos de discontinuidades que surgen en la mayor parte de las células TEM existentes y en diversos sistemas de microondas basados en tecnología stripline, tales como filtros, multiplexores, etc.

¹Todas las secciones deben conservar la simetría de traslación respecto de la misma variable coordenada, normalmente z .


 Figura 4.1: Discontinuidad entre dos guías cuya propagación se realiza en el eje z .

4.2. Método de Ajuste Modal

4.2.1. Desarrollo Matemático

La figura 4.1 muestra una discontinuidad general típica que puede surgir en el análisis de sistemas cuya propagación se realice a través del eje z .

Como se ha dicho, lo que se pretende es llegar a una relación entre los coeficientes asociados a los modos en cada una de las guías que cumplan las condiciones de salto en la discontinuidad.

De acuerdo con las expresiones 3.2, 3.3 podemos escribir las componentes tangenciales de los campos en cada una de las guías de la figura 4.1 como:

$$\begin{aligned}\vec{E}_t^{(m)}(\xi_1, \xi_2, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} e^{-\gamma_n^{(m)} z} + B_n^{(m)} e^{\gamma_n^{(m)} z}) \vec{e}_{tn}^{(m)} \\ \vec{H}_t^{(m)}(\xi_1, \xi_2, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} e^{-\gamma_n^{(m)} z} - B_n^{(m)} e^{\gamma_n^{(m)} z}) \vec{h}_{tn}^{(m)} \\ \vec{E}_t^{(m+1)}(\xi_1, \xi_2, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m+1)} e^{\gamma_n^{(m+1)} z} + B_n^{(m+1)} e^{-\gamma_n^{(m+1)} z}) \vec{e}_{tn}^{(m+1)} \\ \vec{H}_t^{(m+1)}(\xi_1, \xi_2, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-A_n^{(m+1)} e^{\gamma_n^{(m+1)} z} + B_n^{(m+1)} e^{-\gamma_n^{(m+1)} z}) \vec{h}_{tn}^{(m+1)}\end{aligned}$$

con

$$\vec{h}_{tn}^{(m)} = \frac{\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \hat{z}}{Z_n^{(m)}} \quad \text{donde } Z_n^{(m)} \text{ es la impedancia del modo correspondiente}$$

Las condiciones de ortogonalidad de los modos en un sistema de guiado cerrado m con simetría de traslación puede expresarse como:

$$\iint_{S_m} (\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \vec{h}_{tm}^{(m)}) d\vec{S} = \begin{cases} Q_n^{(m)} & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (4.1)$$

lo que físicamente equivale a decir que la potencia transmitida en la guía es igual a la suma

de las potencias transmitidas por cada uno de sus modos individualmente.

Si ahora imponemos las condiciones de salto en la discontinuidad

$$\begin{aligned}\hat{z} \times (\vec{E}_t^{(m+1)} - \vec{E}_t^{(m)}) &= 0 \Big|_{z=0} \\ \hat{z} \times (\vec{H}_t^{(m+1)} - \vec{H}_t^{(m)}) &= 0 \Big|_{z=0}\end{aligned}$$

obtenemos:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} + B_n^{(m)}) \vec{e}_{tn}^{(m)} = \begin{cases} 0 & (S_m - S_{ap}) \\ \vec{E}_t^{(ap)} & (S_{ap}) \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m+1)} + B_n^{(m+1)}) \vec{e}_{tn}^{(m+1)} = \begin{cases} 0 & (S_{m+1} - S_{ap}) \\ \vec{E}_t^{(ap)} & (S_{ap}) \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} - B_n^{(m)}) \vec{h}_{tn}^{(m)} = \sum_{n=1}^{\infty} (-A_n^{(m+1)} + B_n^{(m+1)}) \vec{h}_{tn}^{(m+1)} \quad (S_{ap}) \quad (4.4)$$

donde $\vec{E}_t^{(ap)}$ es el campo eléctrico tangencial en la guía (de volumen 0) correspondiente a la discontinuidad y cuya sección es la apertura:

$$\vec{E}_t^{(ap)} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(ap)} \vec{e}_{tn}^{(ap)}$$

Al igual que en el capítulo anterior, podemos emplear las condiciones de ortogonalidad de los modos para calcular las diferentes relaciones entre los coeficientes de los mismos en cada guía y expresar éstas mediante la matriz de dispersión S . Así, multiplicando vectorialmente las expresiones anteriores por $\vec{h}_{tj}^{(m)}$, $\vec{h}_{tj}^{(m+1)}$, $\vec{e}_{tj}^{(ap)}$ e integrando las mismas en sus respectivas secciones (S_m, S_{m+1}, S_{ap}) llegamos a que:

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} + B_n^{(m)}) \iint_{S_m} (\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \vec{h}_{tj}^{(m)}) d\vec{S} &= \iint_{S_{ap}} (\vec{E}_t^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m)}) d\vec{S} \\ \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m+1)} + B_n^{(m+1)}) \iint_{S_{m+1}} (\vec{e}_{tn}^{(m+1)} \times \vec{h}_{tj}^{(m+1)}) d\vec{S} &= \iint_{S_{ap}} (\vec{E}_t^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m+1)}) d\vec{S} \\ \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} - B_n^{(m)}) \iint_{S_{ap}} \vec{e}_{tj}^{(ap)} \times \vec{h}_{tn}^{(m)} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-A_n^{(m+1)} + B_n^{(m+1)}) \iint_{S_{ap}} \vec{e}_{tj}^{(ap)} \times \vec{h}_{tn}^{(m+1)}\end{aligned}$$

La ortogonalidad de los modos hace que las integrales anteriores se anulen para $j \neq n$ y que las expresiones queden como:

$$\begin{aligned}(Q_j^{(m)})(A_j^{(m)} + B_j^{(m)}) &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(ap)} \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m)}) d\vec{S} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(ap)} X_{nj}^{(ap,m)} \\ (Q_j^{(m+1)})(A_j^{(m+1)} + B_j^{(m+1)}) &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(ap)} \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m+1)}) d\vec{S} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(ap)} X_{nj}^{(ap,m+1)} \\ \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(m)} - B_n^{(m)}) X_{jn}^{(ap,m)} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-A_n^{(m+1)} + B_n^{(m+1)}) X_{jn}^{(ap,m+1)}\end{aligned}$$

Se obtiene un sistema de infinitas ecuaciones lineales (dos por cada modo) cuya resolución no es factible salvo que se limite el número de modos a emplear en cada guía a N_m, N_{m+1}, N_{ap} respectivamente. Bajo estas restricciones, el sistema anterior podría ser expresado matricialmente como:

$$\begin{aligned} Q^{(m)}(A^{(m)} + B^{(m)}) &= (X^{(ap,m)})^t C_n^{(ap)} \\ Q^{(m+1)}(A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) &= (X^{(ap,m+1)})^t C_n^{(ap)} \\ X^{(ap,m)}(A^{(m)} - B^{(m)}) &= X^{(ap,m+1)}(-A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) \end{aligned}$$

siendo

$$\begin{aligned} A^{(m)} &= \begin{bmatrix} A_1^{(m)} \\ \dots \\ A_{N_m}^{(m)} \end{bmatrix}, B^{(m)} = \begin{bmatrix} B_1^{(m)} \\ \dots \\ B_{N_m}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (N_m \times 1) \quad \dots \\ Q^{(m)} &= \text{diag}((Q_1^{(m)}), \dots, (Q_{N_m}^{(m)})) \quad (N_m \times N_m) \\ Q^{(m+1)} &= \text{diag}((Q_1^{(m+1)}), \dots, (Q_{N_{m+1}}^{(m+1)})) \quad (N_{m+1} \times N_{m+1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [X_{nj}^{(ap,m)}] &= \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m)}) d\vec{S} \quad (N_{ap} \times N_m) \\ [X_{nj}^{(ap,m+1)}] &= \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(m+1)}) d\vec{S} \quad (N_{ap} \times N_{m+1}) \end{aligned}$$

Para un sistema como el anterior, podemos relacionar las diferentes amplitudes de los modos mediante la matriz GSM:

$$\begin{bmatrix} B^{(m)} \\ B^{(m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(m)} \\ A^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

siendo

$$S = \begin{bmatrix} (Q^{(m)})^{-1}(X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m)} - I_d^{N_m} & (Q^{(m)})^{-1}(X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m+1)} \\ (Q^{(m+1)})^{-1}(X^{(ap,m+1)})^t P X^{(ap,m)} & (Q^{(m+1)})^{-1}(X^{(ap,m+1)})^t P X^{(ap,m+1)} - I_d^{N_{m+1}} \end{bmatrix}$$

donde

$$P = 2 \left(X^{(ap,m)}(Q^{(m)})^{-1}(X^{(ap,m)})^t + X^{(ap,m+1)}(Q^{(m+1)})^{-1}(X^{(ap,m+1)})^t \right)^{-1} \quad (N_{ap} \times N_{ap})$$

cumpléndose además que para dicho sistema, la relación inversa puede expresarse:

$$\begin{bmatrix} A^{(m)} \\ A^{(m+1)} \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} B^{(m)} \\ B^{(m+1)} \end{bmatrix}$$

con $S^{-1} = S$.

4.2.2. Propiedades de la matriz GSM. Normalización

La matriz GSM obtenida anteriormente posee ciertas propiedades de interés:

- S es involutiva, es decir, $S \cdot S = Id$.

La demostración es trivial teniendo en cuenta la relación inversa anterior, propia del sistema de ecuaciones.

- Siempre y cuando tengamos normalización unitaria en las guías, $Q^{(m)} = Q^{(m+1)} = 1$ se cumple que S_{11} y S_{22} son simétricas ($S_{11} = S_{11}^t, S_{22} = S_{22}^t$) y además $S_{12} = S_{21}^t$, lo que implica que S es simétrica ($S = S^t$).

La matriz P es simétrica ya que es la suma de dos matrices simétricas (éstas pueden ser escritas como un producto de una matriz y su traspuesta). Haciendo:

$$\begin{aligned} S_{11}^t + I_d^{N_m} &= \left((Q^{(m)})^{-1} (X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m)} \right)^t = (X^{(ap,m)})^t P^t (X^{(ap,m)})^{tt} \left((Q^{(m)})^{-1} \right)^t = \\ &= (X^{(ap,m)})^t P^t X^{(ap,m)} \left((Q^{(m)})^{-1} \right)^t = (X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m)} \left((Q^{(m)})^{-1} \right)^t \\ &\stackrel{Q^{(m)}=1}{=} (X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m)} = S_{11} + I_d^{N_m} \end{aligned}$$

se llega a que con normalización unitaria en la guía m , $S_{11} = S_{11}^t$. De manera análoga, con normalización unitaria en la guía $m+1$ se demuestra que $S_{22} = S_{22}^t$.

Además:

$$\begin{aligned} S_{21}^t &= \left((Q^{(m+1)})^{-1} (X^{(ap,m+1)})^t P X^{(ap,m)} \right)^t = (X^{(ap,m)})^t P^t X^{(ap,m+1)} \left((Q^{(m+1)})^{-1} \right)^t = \\ &\stackrel{Q^{(m+1)}=1}{=} (X^{(ap,m)})^t P X^{(ap,m+1)} \stackrel{Q^{(m)}=1}{=} S_{12} \end{aligned}$$

con lo que la relación $S_{12} = S_{21}^t$ queda también demostrada bajo normalizaciones unitarias en ambas guías.

Bajo estas condiciones:

$$S^t = \begin{bmatrix} S_{11}^t & S_{21}^t \\ S_{12}^t & S_{22}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = S$$

Las propiedades anteriores son de gran utilidad para la computación en MM ² ya que pueden ser empleadas como mecanismo de depuración de errores. No obstante, hay que ser conscientes de que aunque el incumplimiento de éstas adviertan una resolución incorrecta del problema, su cumplimiento no garantiza que el mismo esté correctamente caracterizado. Como ya se ha dicho, la resolución correcta del problema sólo la garantiza la bondad en el cumplimiento de las condiciones de contorno que se imponen al mismo.

Además de ser relevante en cuanto a las propiedades de la matriz S , la normalización cumple un papel fundamental a la hora de caracterizar ciertas magnitudes físicas derivadas del problema. Una de las magnitudes más relevantes en sistemas de microondas suele ser la potencia transmitida, por lo que es conveniente establecer una relación entre ésta y los valores complejos de los coeficientes obtenidos, todos ellos dependientes de la normalización empleada.

²En RTG, debido a la normalización empleada para las autofunciones (Apéndice B), también se cumplen dichas propiedades para la matriz GSMx.

Como bien es sabido, la potencia compleja transmitida por un determinado campo electromagnético en un plano transversal $z = z_0$ viene dada por la expresión:

$$P_c = \frac{1}{2} \iint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) d\vec{S} \Big|_{z=z_0}$$

Sustituyendo en la expresión anterior la distribución modal de los campos, obtenemos:

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{2} \iint_S \left(\sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{-\gamma_n z_0} + B_n e^{\gamma_n z_0}) (A_n e^{-\gamma_n z_0} - B_n e^{\gamma_n z_0})^* (\vec{e}_{tn} \times \vec{h}_{tn}^*) \right) \hat{z} dS = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (K_n^i K_n^{i*} - K_n^i K_n^{r*} + K_n^{i*} K_n^r - K_n^r K_n^{r*}) \frac{1}{2} \iint_S (\vec{e}_{tn} \times \vec{h}_{tn}^*) \hat{z} dS = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (|K_n^i|^2 - |K_n^r|^2 - K_n^i K_n^{r*} + K_n^{i*} K_n^r) \frac{1}{2} P_n \end{aligned} \quad (4.5)$$

siendo

$$K_n^i = A_n e^{-\gamma_n z_0} \quad K_n^r = B_n e^{+\gamma_n z_0}$$

Si ahora tenemos en cuenta las condiciones de ortogonalidad 4.1, podemos llegar a que:

$$P_n = z_n^{(\text{modo})} \iint_S (\vec{h}_{tn} \cdot \vec{h}_{tn}^*) dS = \frac{\sqrt{z_n^{(\text{modo})}}}{(\sqrt{z_n^{(\text{modo})}})^*} |Q_n| \underset{\text{medios sin pérdidas}}{=} \begin{cases} |Q_n| & (\text{Prop}) \\ j |Q_n| & (\text{Corte TE}) \\ -j |Q_n| & (\text{Corte TM}) \end{cases}$$

Esta última expresión, junto con 4.5, permite establecer la relación buscada entre la potencia y los coeficientes asociados a los modos. Para la potencia transmitida:

$$\begin{aligned} P_t = \text{Re}(P_c) &= \text{Re} \left(\sum_{n=1}^{\infty} (|K_n^i|^2 - |K_n^r|^2 - K_n^i K_n^{r*} + K_n^{i*} K_n^r) \frac{1}{2} P_n \right) = \\ &= \sum_n^{(\text{prop})} (|K_n^i|^2 - |K_n^r|^2) \frac{1}{2} |Q_n| + \sum_n^{(\text{Corte TE})} \text{Im}(K_n^i K_n^{r*}) |Q_n| - \sum_n^{(\text{Corte TM})} \text{Im}(K_n^i K_n^{r*}) |Q_n| \end{aligned}$$

4.2.3. Enlace de discontinuidades y convergencia

El proceso de enlace de matrices GSM es del todo análogo al seguido en RTG para matrices GSMx (Apartado 3.3.3), con la evidente salvedad de que para este caso los valores de C son nulos y la matriz Γ contiene las exponenciales de cada modo asociadas a su respectiva constante de propagación γ .

Con respecto a la convergencia, la truncación del número de modos en cada guía proporciona los mismos fenómenos de convergencia relativa explicados y analizados con detalle en el capítulo anterior, por lo que todo lo definido anteriormente será aplicado posteriormente cuando se analicen casos concretos de discontinuidades.

4.2.4. Matrices de cruce. Simetrías

Las integrales de cruce $X_{nj}^{(m+1,m)}$ que surgen en MM suelen requerir un tiempo de computación elevado sobre todo cuando éstas no son analíticas y/o cuando las expresiones asociadas a los campos vienen expresadas como desarrollos en serie de funciones (ver E.1). Por ello, es importante llegar a fórmulas que permitan optimizar el tiempo de cálculo de las mismas.

a) Factorización

Observando las expresiones 3.2, 3.3, es fácil comprobar que es posible factorizar las integrales de cruce en dos términos: uno dimensional y otro de frecuencia:

$$\begin{aligned}
 X_{nj}^{(m+1,m)} &= \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(m+1)} \times \vec{h}_{tj}^{(m)}) d\vec{S} = \\
 &= \underbrace{\sqrt{Q_n^{(m+1)} z_{n(\text{modo})}^{(m+1)}}}_{\text{Término de frecuencia}} \underbrace{\sqrt{\frac{Q_j^{(m)}}{z_{j(\text{modo})}^{(m)}}} \iint_{S_{ap}} (\vec{F}_n^{(E)(m+1)} \times \vec{F}_j^{(H)(m)}) d\vec{S}}_{\text{Término dimensional } (\tilde{X}_{nj}^{(m+1,m)})}
 \end{aligned}$$

donde

$$\vec{F}_n^{(E)} = \begin{cases} \nabla_t F_{Hn}(\xi_1, \xi_2) \times \hat{z} & \text{(TE)} \\ \nabla_t F_{En}(\xi_1, \xi_2) & \text{(TM)} \\ -\nabla_t \varphi_n(\xi_1, \xi_2) & \text{(TEM)} \end{cases} \quad \vec{F}_n^{(H)} = \begin{cases} \nabla_t F_{Hn}(\xi_1, \xi_2) & \text{(TE)} \\ \hat{z} \times \nabla_t F_{En}(\xi_1, \xi_2) & \text{(TM)} \\ -\hat{z} \times \nabla_t \varphi_n(\xi_1, \xi_2) & \text{(TEM)} \end{cases}$$

y donde 3.1, 3.2, 3.3 han sido generalizadas mediante la inclusión de un término de normalización arbitrario:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} \vec{e}_{tn} = \sqrt{Q_n z_{n(\text{modo})}} \nabla_t F_{Hn}(\xi_1, \xi_2) \times \hat{z} & e_{zn} = 0 \\ \vec{h}_{tn} = \sqrt{Q_n y_{n(\text{modo})}} \nabla_t F_{Hn}(\xi_1, \xi_2) & h_{zn} = \sqrt{Q_n y_{n(\text{modo})}} \frac{\gamma_{cn}^2}{\gamma_n} F_{Hn}(\xi_1, \xi_2) \end{cases} \quad TE \\
 &\begin{cases} \vec{e}_{tn} = \sqrt{Q_n z_{n(\text{modo})}} \nabla_t F_{En}(\xi_1, \xi_2) & e_{zn} = \sqrt{Q_n z_{n(\text{modo})}} \frac{\gamma_{cn}^2}{\gamma_n} F_{En}(\xi_1, \xi_2) \\ \vec{h}_{tn} = \sqrt{Q_n y_{n(\text{modo})}} \hat{z} \times \nabla_t F_{En}(\xi_1, \xi_2) & h_{zn} = 0 \end{cases} \quad TM \\
 &\begin{cases} \vec{e}_{tn} = -\sqrt{Q_n z_{n(\text{modo})}} \nabla_t \varphi_n(\xi_1, \xi_2) & e_{zn} = 0 \\ \vec{h}_{tn} = -\sqrt{Q_n y_{n(\text{modo})}} \hat{z} \times \nabla_t \varphi_n(\xi_1, \xi_2) & h_{zn} = 0 \end{cases} \quad TEM \\
 &\iint_S |\nabla_t F_{E,H,O}(\xi_1, \xi_2)|^2 dS = 1
 \end{aligned}$$

Mediante esta factorización se reduce el tiempo de computación debido a que el término dimensional, que consume la mayor parte del tiempo de computación, es fijo para una determinada discontinuidad, por lo que a la hora de calcular la respuesta en frecuencia sólo tiene que ser evaluado una vez.

b) Valores nulos de $\tilde{X}_{nj}^{(m+1,m)}$

Obviamente, un mecanismo eficaz para optimizar la computación de las matrices de cruce es el identificar a priori qué valores de $X_{nj}^{(m+1,m)}$ son nulos. Transformando las integrales de superficie en integrales de línea es posible demostrar la anulación de ciertos cruces entre modos en una discontinuidad formada por dos secciones arbitrarias [25] siempre y cuando una esté contenida en la otra. En la tabla 4.1 se muestran todos los cruces posibles, junto a su formulación asociada de integral de superficie ³:

c) Simetrías

³Formulación cuya guía de salida o intermedia equivale a la apertura.

$\tilde{X}_{nj}^{(b,a)}$	TE^a	TM^a	TEM^a
TE^b	$\iint_S (\nabla_t F_H^b \nabla_t F_H^a) dS$	$\iint_S (\nabla_t F_H^b \times \nabla_t F_E^a) d\vec{S}$	$-\iint_S (\nabla_t F_H^b \times \nabla_t \varphi^a) d\vec{S}$
TM^b	0	$\iint_S (\nabla_t F_E^b \nabla_t F_E^a) dS$	0
TEM^b	0	$-\iint_S (\nabla_t \varphi^b \nabla_t F_E^a) dS$	$\iint_S (\nabla_t \varphi^b \nabla_t \varphi^a) dS$

Tabla 4.1: Integrales para los diferentes cruces que puede haber en un sistema homogéneo entre dos secciones, a y b (según la nomenclatura empleada hasta ahora, $b=m+1$ y $a=m$ para la discontinuidad contenida o $b=ap$, $a=m$ para el caso general)

La existencia de simetrías físicas en una discontinuidad produce ciertas anulaciones que también permiten facilitar el cálculo las matrices de cruce. Si suponemos dos secciones arbitrarias de guías simétricas respecto a plano $x = 0$, cuyos sistemas de referencia cartesianos sean coincidentes (ver figura 4.2), las matrices de cruce entre dos modos de las misma respecto a los modos en la apertura se pueden escribir como:

- *Modos pares* $^{(ap)}$ – *Modos impares* $^{(g)}$, *Modos impares* $^{(ap)}$ – *Modos pares* $^{(g)}$ $g = m, m + 1$

$$\begin{aligned}
 X_{nj}^{(ap,g)} &= \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)} \times \vec{h}_{tj}^{(g)}) d\vec{S} = \iint_{S_{ap}} (\vec{e}_{tn}^{(ap)}(x, y, 0) \times \vec{h}_{tj}^{(g)}(x, y, 0)) dx dy \hat{z} = \\
 &= \iint_{S_{ap}} (E_{xn}^{(ap)}(x, y, 0) H_{yj}^{(g)}(x, y, 0) - E_{yn}^{(ap)}(x, y, 0) H_{xj}^{(g)}(x, y, 0)) dx dy = \\
 &= \underbrace{\iint_{S_{apd}} \left(\underbrace{E_{xn}^{(ap)} H_{yj}^{(g)}}_{I_{d1}^{n,j}} - \underbrace{E_{yn}^{(ap)} H_{xj}^{(g)}}_{I_{d2}^{n,j}} \right) dS}_{I_d^{n,j}} + \underbrace{\iint_{S_{api}} \left(\underbrace{E_{xn}^{(ap)} H_{yj}^{(g)}}_{I_{i1}^{n,j}} - \underbrace{E_{yn}^{(ap)} H_{xj}^{(g)}}_{I_{i2}^{n,j}} \right) dS}_{I_i^{n,j}}
 \end{aligned}$$

donde S_{api}, S_{apd} son las superficies resultantes de dividir la apertura a través de $x = 0$ (ver figura 4.2). Cada una de las subintegrales resultantes pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}
 I_{d1}^{n,j} &= \int_{x=0}^{x=a} \int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} (E_{xnd}^{(ap)}(x, y, 0) H_{yjd}^{(g)}(x, y, 0)) dy dx \\
 I_{d2}^{n,j} &= \int_{x=0}^{x=a} \int_{y=f_1(x)}^{y=f_2(x)} (E_{ynd}^{(ap)}(x, y, 0) H_{xjd}^{(g)}(x, y, 0)) dy dx \\
 I_{i1}^{n,j} &= \int_{x=-a}^{x=0} \int_{y=f_1(-x)}^{y=f_2(-x)} (E_{xni}^{(ap)}(x, y, 0) H_{yji}^{(g)}(x, y, 0)) dy dx = \\
 &= \underbrace{\int_{x=-a}^{x=0} \int_{y=f_1(-x)}^{y=f_2(-x)} (-E_{xnd}^{(ap)}(-x, y, 0) H_{yjd}^{(g)}(-x, y, 0)) dy dx}_{\substack{3.10, 3.11}} \\
 &= - \underbrace{\int_{h=0}^{h=a} \int_{y=f_1(h)}^{y=f_2(h)} (E_{xnd}^{(ap)}(h, y, 0) H_{yjd}^{(g)}(h, y, 0)) dy dh}_{h=-x} = -I_{d1}^{n,j}
 \end{aligned}$$

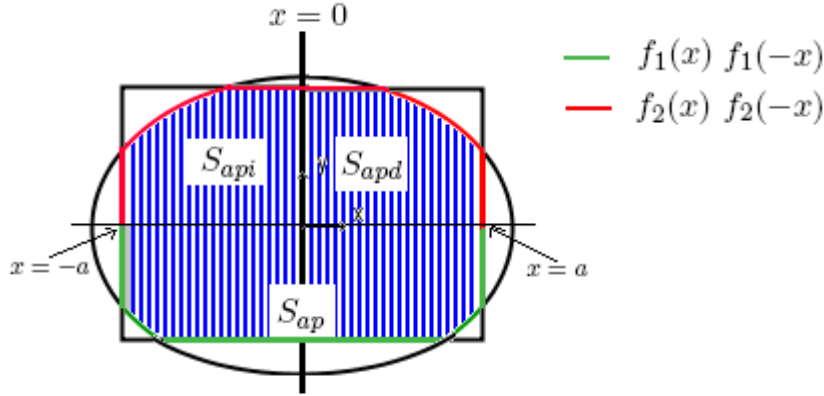


Figura 4.2: Discontinuidad formada por dos secciones de guía simétricas respecto a $x = 0$ con condiciones PEC/PMC en las fronteras.

$$\begin{aligned}
 I_{i2}^{n,j} &= \int_{y=f_1(-x)}^{y=f_2(-x)} \int_{x=-a}^{x=0} (E_{yni}^{(ap)}(x, y, 0) H_{xji}^{(g)}(x, y, 0)) dy dx = \\
 &= \underbrace{\int_{x=-a}^{x=0} \int_{y=f_1(-x)}^{y=f_2(-x)} -(E_{ynd}^{(ap)}(-x, y, 0) H_{xjd}^{(g)}(-x, y, 0)) dy dx}_{3.10, 3.11} = \\
 &= - \underbrace{\int_{h=0}^{h=a} \int_{y=f_1(h)}^{y=f_2(h)} (E_{ynd}^{(ap)}(h, y, 0) H_{xjd}^{(g)}(h, y, 0)) dy dh}_{h=-x} = -I_{d2}^{n,j}
 \end{aligned}$$

donde $f_1(x)$, $f_2(x)$ son las funciones que describen la frontera de la apertura (ver figura 4.2). Por tanto:

$$X_{nj}^{(ap,g)} = 0$$

- *Modos pares* $^{(ap)}$ – *Modos pares* $^{(g)}$, *Modos impares* $^{(ap)}$ – *Modos impares* $^{(g)}$ $g = m, m + 1$

Realizando un procedimiento similar al anterior, se llega a que:

$$\begin{cases} I_{d1}^{n,j} = I_{i1}^{n,j} \\ I_{d2}^{n,j} = I_{i2}^{n,j} \end{cases} \Rightarrow X_{nj}^{(ap,g)} = 2I_d^{n,j} = 2I_i^{n,j}$$

Debido a lo anterior, se puede deducir que:

1. En una discontinuidad formada por dos guías simétricas respecto a uno o varios planos, que conserva la simetría respecto a los mismos, la integral de cruce entre dos modos con simetrías distintas respecto a uno o varios de ellos es nula, lo que provoca que para una determinada excitación se generen sólo aquellos modos que conserven todas las simetrías de ésta.
2. A partir de los semiproblemas resultantes de las descomposiciones par e impar, podemos deducir el valor de las integrales de cruce entre dos modos con las mismas simetrías en

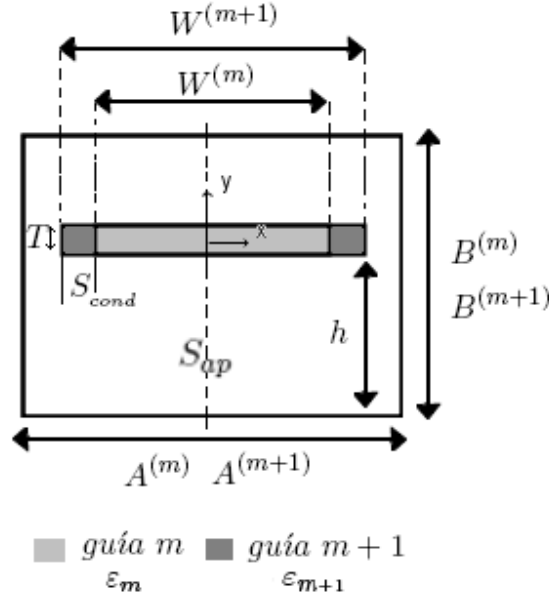


Figura 4.3: Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde sólo varía la anchura del conductor interior.

el problema completo asociado, multiplicando por el factor correspondiente los cruces que se obtienen de dichas descomposiciones.

4.3. Análisis de discontinuidades en coaxial rectangular

En este apartado, las discontinuidades a analizar mediante MM van a ser las asociadas a la tecnología que hemos venido considerando hasta ahora, el coaxial rectangular (stripline), y de entre todas las ellas, se analizarán los casos que suelen surgir en la mayor parte de células TEM.

Con el objetivo de llegar a conclusiones generalizables para unos determinados tipos de geometrías, se analizarán casos dimensionalmente concretos que aporten una idea de cuál puede ser el comportamiento genérico en cuanto a respuesta y convergencia de la discontinuidad, que servirá de punto de partida a la hora de analizar las estructuras donde ésta esté presente. Además, con el fin de validar nuestros resultados, se realizará un estudio comparativo de los mismos respecto de los obtenidos mediante un simulador comercial que emplee otra estrategia numérica.

4.3.1. Cambio de conductor interior

▪ Dimensiones y excitación

El primer caso a analizar es la discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares que mantiene una simetría respecto al plano $x = 0$ y donde la única variación dimensional se produce en la anchura del conductor interior (ver figura 4.3).

Como ejemplo particular ($\epsilon_r^{(m,m+1)} = 1$), las dimensiones a analizar serán (según 4.3):

$$T = 2 \text{ mm}; \quad B^{(m+1)} = B^{(m)} = 27 \text{ mm}; \quad A^{(m+1)} = A^{(m)} = 27 \text{ mm}$$

$$W^{(m+1)} = 19,84 \text{ mm} \quad W^{(m)} = 14,09 \text{ mm} \quad h = (B^{(m)} - T)/2$$

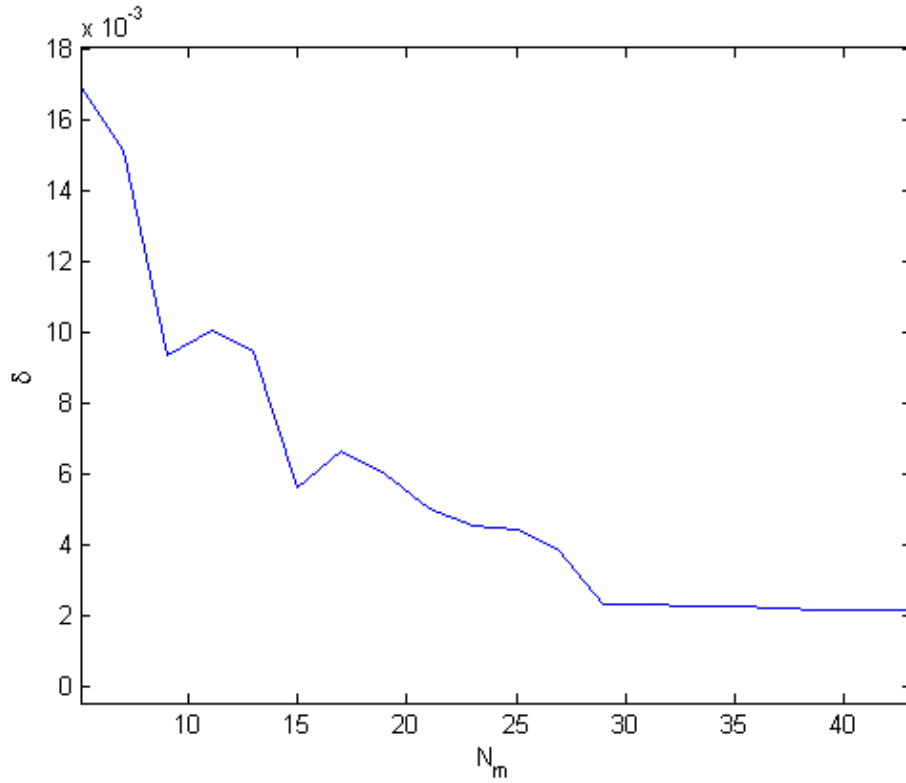


Figura 4.4: Error del parámetro S_{11} para el modo fundamental en función del número de modos de la guía cuya sección equivale a la apertura (guía de salida)

Debido a que para este caso existen dos planos de simetría en ambos coaxiales ($x = 0, y = 0$), los modos generados serán aquellos que poseen la misma simetría del modo de excitación en los mismos (apartado 4.2.4). Así, si se excita con el TEM, los modos a tener en cuenta en el ajuste serán los que posean simetría par tanto en $x = 0$ como en $y = 0$.

■ Convergencia y resultados

Tal y como se hizo en el capítulo anterior, se va a asumir que la relación entre los modos a emplear en cada una de las guías para garantizar la convergencia adecuada del problema es la cercana a la relación de áreas. Para analizar la misma, se va a definir un error asociado a una magnitud físicamente medible: el coeficiente de reflexión (S_{11}) del modo fundamental. Para éste, se considerará que la convergencia del problema se produce cuando su valor quede relativamente invariante respecto de las variables de las que depende.

En principio, el error dependerá tanto del número de modos empleados en cada una de las guías que forman la discontinuidad como del número de términos necesarios para representar cada modo en cada una de las regiones en que se segmentan las secciones transversales de las mismas. No obstante, tomaremos como válida la conclusión a la que se llegó en el capítulo anterior respecto al número de términos necesarios para representar la mayor parte de los modos en un coaxial rectangular. Así, para cada guía, tendremos $N = 10$ en la región de menor altura, manteniendo la relación de términos respecto al resto de regiones como la más cercana a la relación de alturas.

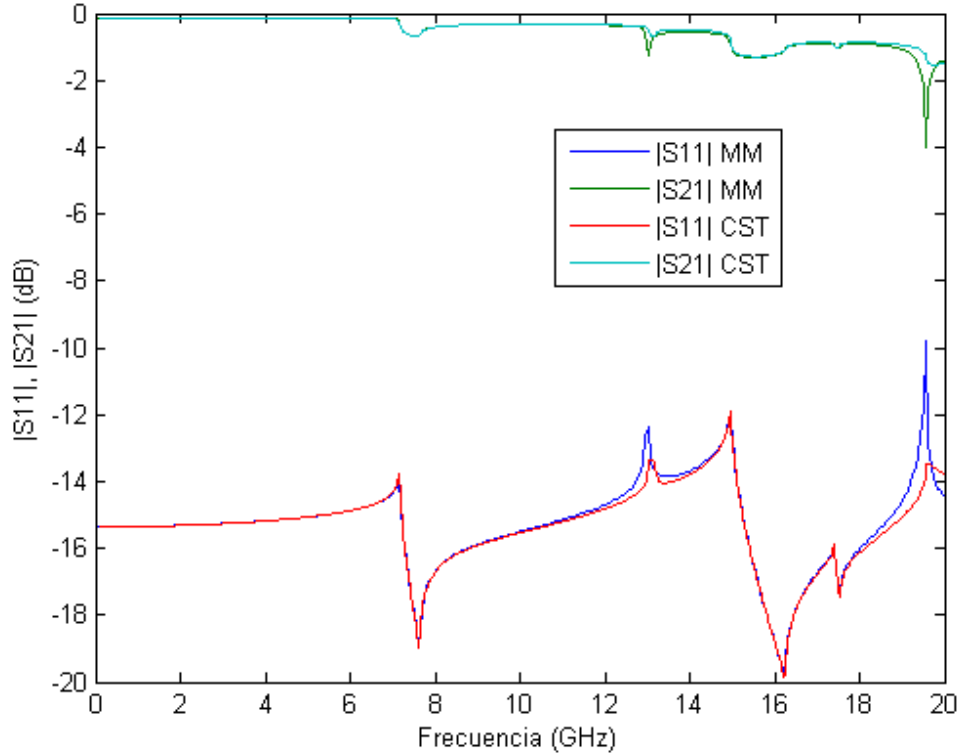


Figura 4.5: $|S_{11}|$, $|S_{21}|$ del modo fundamental calculados mediante MM y CST para la discontinuidad de cambio de conductor interior.

El error se va a definir como:

$$\delta(N_m) = \frac{\sum_{j=1}^{N_f} |S_{11r}(f_j) - S_{11c}(f_j, N_m)|}{N_f}$$

donde N_m es el número de modos empleados en la guía cuya sección coincide con la apertura (guía de salida), $S_{11c}(f_j, N_m)$ es el valor del coeficiente de reflexión calculado, $S_{11r}(f_j)$ el valor real de este último y donde además N_f es un número de muestras de frecuencia a considerar equiespaciadas en un determinado intervalo de valor f_j . Debido a que el problema no es resoluble analíticamente, como valor real se tomarán los resultados obtenidos mediante otro método numérico: diferencias finitas en el dominio del tiempo (software CST).

Tal y como se ha definido el error, la convergencia del problema se producirá cuando éste tome un valor constante respecto a la variación del número de modos, proporcionando en ese caso una medida de la discrepancia de nuestros resultados respecto de los reales.

Para nuestro ejemplo dimensional, la figura 4.4 (gráfica azul) muestra la variación del error δ en función del número de modos, donde se ha considerado que $N_f = 1001$ y $f_j \in [0, 1, 20]$ GHz. Observando la figura, se puede comprobar que a partir de $N_m = 29$ el error comienza a tomar un valor constante⁴ aproximadamente igual a 0.22 %, por lo que este valor de N_m puede suponer un buen punto de garantía de convergencia. La figura 4.5 muestra los módulos de los parámetros S_{11} y S_{21} del modo fundamental obtenidos mediante MM ($N_m = 29$, $N_{térn} = 10$)

⁴Se entiende por constante, a la situación en que el error comienza a fluctuar en un intervalo de error relativamente pequeño.

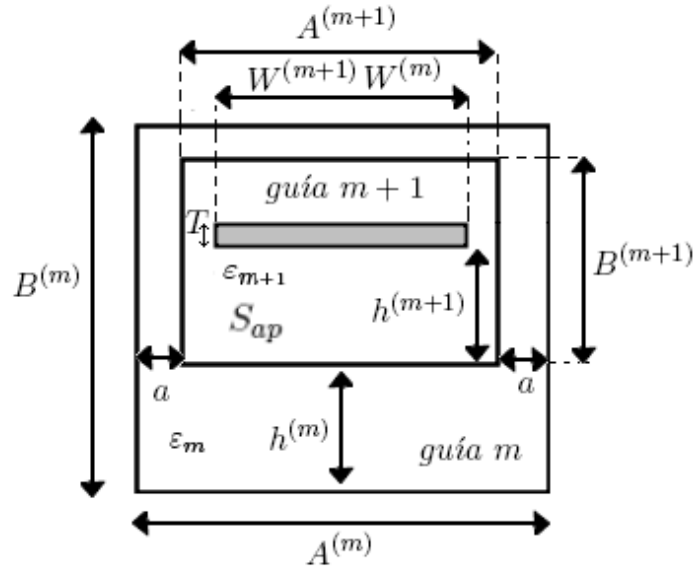


Figura 4.6: Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde sólo varían dimensionalmente los conductores exteriores.

y diferencias finitas en el dominio del tiempo (software CST). Se puede comprobar la validez del número de términos y modos escogido, deduciéndose que una discrepancia del 0.22 % puede ser más que suficiente para admitir que un problema como el de la figura 4.3, siempre que las relaciones entre las dimensiones de las guías que están presentes en el mismo se mantengan en cierta medida iguales a las del ejemplo analizado, ha convergido razonablemente a su valor real.

4.3.2. Cambio de conductor exterior

▪ Dimensiones y excitación

Otra de las discontinuidades a analizar es la surgida entre dos coaxiales rectangulares donde las variaciones dimensionales se producen únicamente en los conductores exteriores. Tal y como se hizo en el apartado anterior, se seguirá asumiendo tanto la conservación de la simetría en la discontinuidad respecto al plano $x = 0$ (ver figura 4.6) como el número de términos a emplear en la representación de los modos: $N_{term} = 10$.

Como ejemplo concreto ($\epsilon_r^{(m,m+1)} = 1$), se emplearán las siguientes dimensiones (según figura 4.6):

$$T = 2 \text{ mm}; \quad B^{(m+1)} = A^{(m+1)} = 22 \text{ mm}; \quad A^{(m)} = B^{(m)} = 27 \text{ mm} \quad a = 2,5 \text{ mm}$$

$$W^{(m+1)} = W^{(m)} = 14,7 \text{ mm} \quad h^{(m+1)} = 14 \text{ mm} \quad h^{(m)} = 3,5 \text{ mm}$$

▪ Convergencia y resultados

Para este caso, la figura 4.7 muestra el error, tal y como se definió anteriormente, en función del número de modos de la guía de salida ($N_f = 1001$, $f_j \in [0,1, 20]$ GHz). Observando la figura, comprobamos que el criterio de convergencia utilizado anteriormente se cumple a

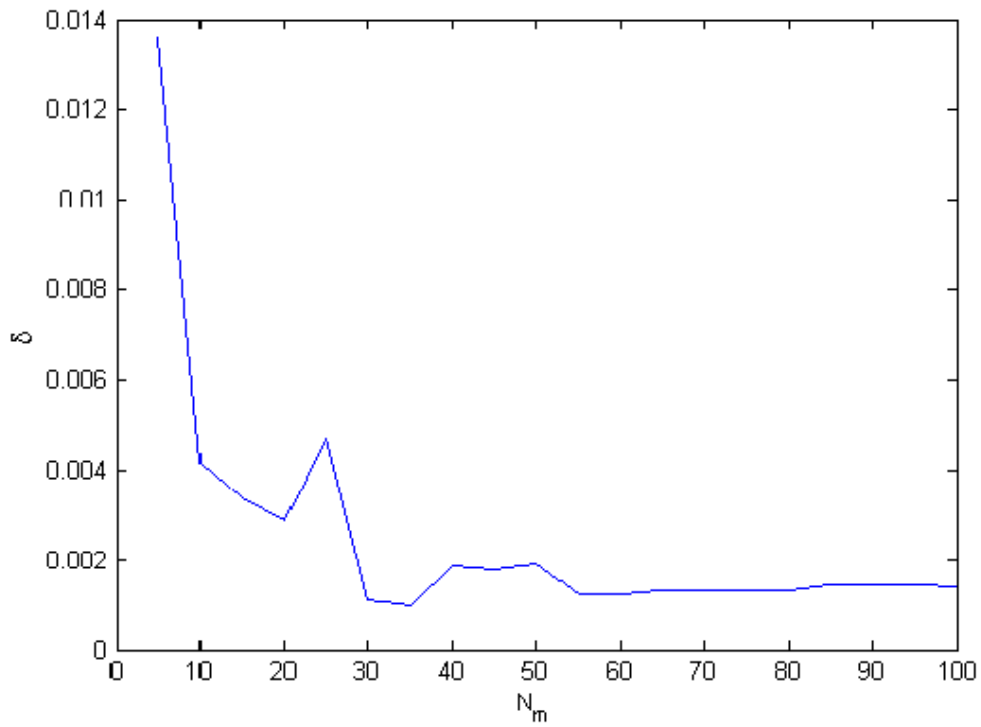


Figura 4.7: Error del parámetro S_{11} del modo fundamental en función del número de modos cuya sección equivale a la apertura (guía de salida)

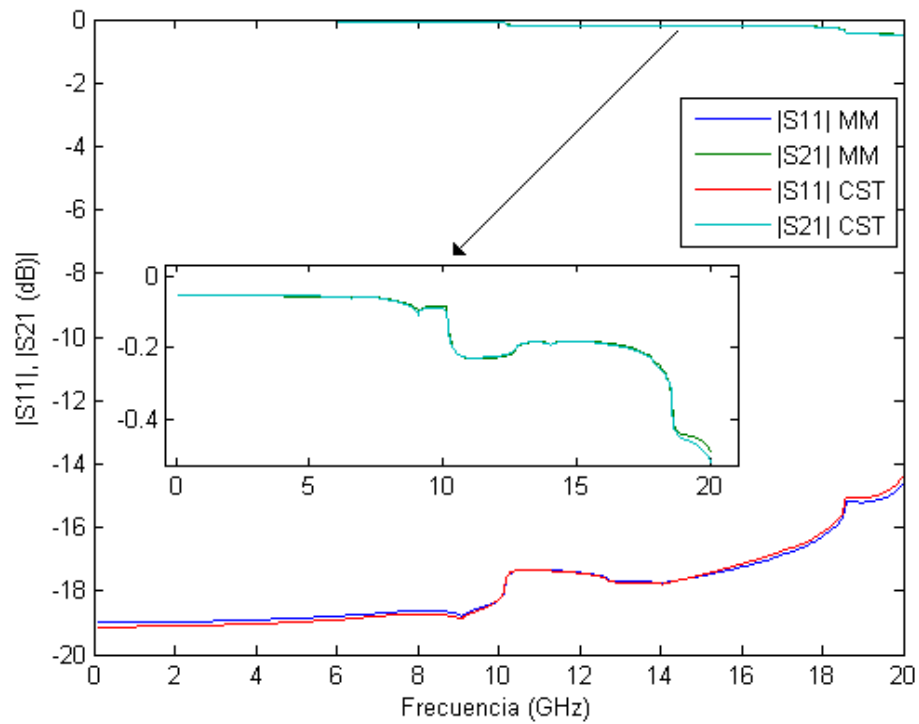


Figura 4.8: $|S_{11}|$, $|S_{21}|$ del modo fundamental calculados mediante MM y CST para la discontinuidad de cambio de conductor exterior.

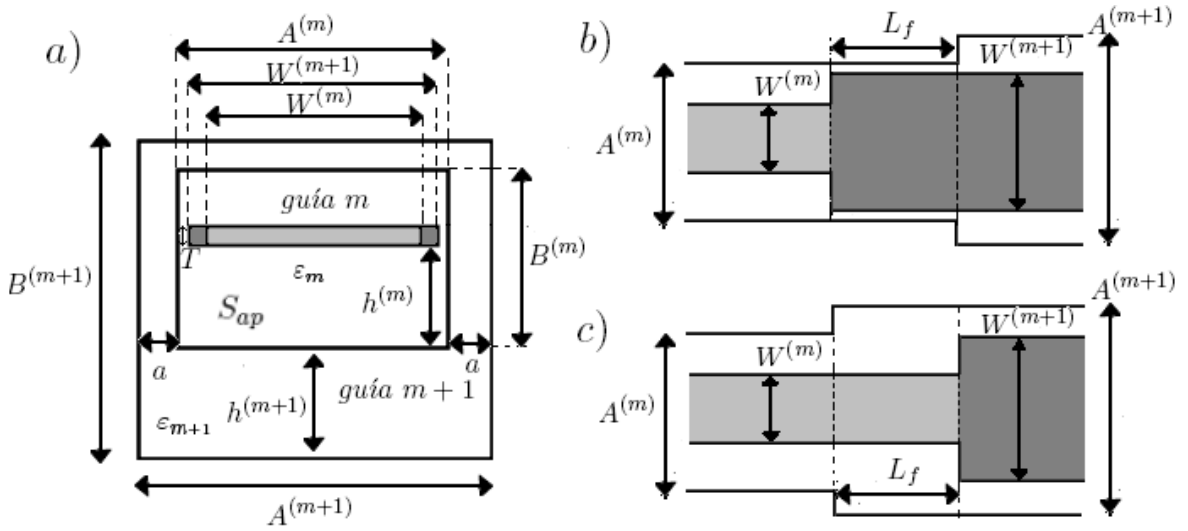


Figura 4.9: a) Discontinuidad surgida entre dos coaxiales rectangulares donde cambian a la vez los conductores interiores y exteriores. b, c) Esquemas de determinación de la discontinuidad mediante el procedimiento de enlace.

partir de $N_m = 55$. Para ese número de modos y para el número de términos considerado, la figura 4.8 muestra de nuevo las respuestas en frecuencia obtenidas para el modo fundamental mediante MM y CST, observándose que los resultados a los que se llega bajo los parámetros escogidos son tendentes a los reales (discrepancia del 0,15 %), y por ende, pudiéndose asumir que la convergencia de una discontinuidad como la de la figura 4.6, siempre que las relaciones dimensionales de las guías que la forman se mantengan en cierta medida iguales a las del ejemplo analizado, puede ceñirse en torno a los mismos.

4.3.3. Discontinuidad general

En los apartados anteriores se han analizado las discontinuidades surgidas entre dos coaxiales rectangulares bajo la restricción de que tan sólo hubiese un cambio dimensional en uno de sus dos conductores. El interés de estas discontinuidades no sólo radica en que pueden formar parte de diversos dispositivos de microondas, sino en que además, de una forma u otra, con ellas es posible llegar a un análisis de la discontinuidad general, esto es, la que se produce por la variación simultánea de ambos conductores (Figura 4.9 a))⁵. Dichas discontinuidades poseen una peculiaridad: la apertura coincide con la sección de una de las dos guías que las forman. Esto implica un ajuste directo entre los campos en ambos sistemas de guiado sin la necesidad de tomar como intermediaria una guía ficticia de volumen cero que represente la apertura (o una guía que contenga a ambas), lo que produce ciertos beneficios numéricos. No obstante, la discontinuidad de la figura 4.9 no posee dicha particularidad, por lo que en este caso surge la necesidad de emplear el método general que introduce una nueva variable en el problema que hay que tener en cuenta: el número de modos en la guía intermediaria. Esta variable, junto con una elección adecuada de la formulación a emplear, son de gran importancia a la hora de llegar a parámetros que garanticen la convergencia y la precisión de los resultados obtenidos, haciéndose necesario un estudio detallado de su comportamiento.

Para ello, el caso general va a ser estudiado mediante dos procedimientos distintos:

⁵En el conductor interior, la única variación se asume en la anchura.

- Método de enlace de dos discontinuidades contenidas a través de una guía intermedia cuya longitud tiende a cero.

Para este método, existen dos variantes que dependen de la elección que se haga de la guía intermedia:

Caso 1 La guía intermedia coincide con la apertura (figura 4.9 b))

Caso 2 La guía intermedia coincide con una guía que contiene a las de entrada y salida (figura 4.9 c))

- Método de ajuste directo

Para este caso, en función de qué guía ficticia se elija como intermediaria, existen, entre otras, las dos variantes homólogas a las del método de enlace.

Caso 3 Si tomamos la apertura (caso 1), la formulación y el desarrollo que describen el problema son los expresados en el apartado 4.2.

Caso 4 Para el segundo caso, un desarrollo similar puede encontrarse en el anexo D.

Estas cuatro estrategias son numéricamente distintas, por lo que cada una de ellas convergerá a un valor distinto asociado a unos determinados parámetros (número de modos/términos y las relaciones entre ellos) y a una determinada precisión. Así, de entre los cuatro, siempre existirá uno más efectivo que el resto para un determinado problema.

En nuestro caso, tomaremos como ejemplo las dimensiones (figura 4.9 a)):

$$T = 2 \text{ mm}; \quad B^{(m+1)} = A^{(m+1)} = 27 \text{ mm}; \quad A^{(m)} = B^{(m)} = 22 \text{ mm}; \quad a = 2,5 \text{ mm}$$

$$W^{(m+1)} = 18,6 \text{ mm}; \quad W^{(m)} = 14,7 \text{ mm}; \quad h^{(m+1)} = 3,5 \text{ mm}; \quad h^{(m)} = 14 \text{ mm}; \quad \epsilon_r^{(m,m+1)} = 1$$

donde se sigue asumiendo la existencia de un plano de simetría en $x = 0$.

Tal y como se describe en [26], para los casos en que los ajustes se produzcan a través de guías ficticias, en general no se garantiza que la relación adecuada entre los modos de las guías de entrada y salida respecto a las mismas sea la más cercana a la relación de áreas. Para encontrar la relación correcta, las figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, muestran, para los cuatro casos mencionados anteriormente, el error del coeficiente de reflexión del modo fundamental ($N_f = 1001$ y $f_j \in [0,1,20]$) en función de los modos de las guías de entrada (N_m) y ficticia (N_f). En este caso, se han tomado como válidas tanto la relación de áreas entre las guías de entrada y salida para establecer la relación modal entre las mismas, como el número de términos $N_{term} = 10$ para representar cada uno de los modos.

Si observamos las figuras 4.10, 4.12, se puede comprobar que en el caso en que la guía ficticia sea igual a la apertura, la convergencia más efectiva (error mínimo para el menor número de modos a emplear) se produce para los parámetros $N_f \simeq 65$, $N_m \simeq 75$, cumpliéndose además que la relación entre éstos es cercana a la relación de áreas. Para los casos en que la guía ficticia contenga a las de entrada y salida (figuras 4.11, 4.13) se verifica que la efectividad en la convergencia se produce para el par $N_f \simeq 105$, $N_m \simeq 70$; cuya relación de nuevo es tendente a la de áreas. Para estas estrategias, además, se puede comprobar que el efecto de la convergencia relativa es más pronunciado, es decir, más sensible a variaciones en el número de modos.

Antes de llegar a una conclusión acerca de la formulación a utilizar, un dato importante a analizar en la figura 4.10 es el valor tan elevado de error ⁶ en los dos casos en los que la guía

⁶Según se puede comprobar en las figuras 4.4, 4.5, 4.7, 4.8, en el análisis exclusivo de discontinuidades un error del 1 % produce una discrepancia considerable respecto a la respuesta real.

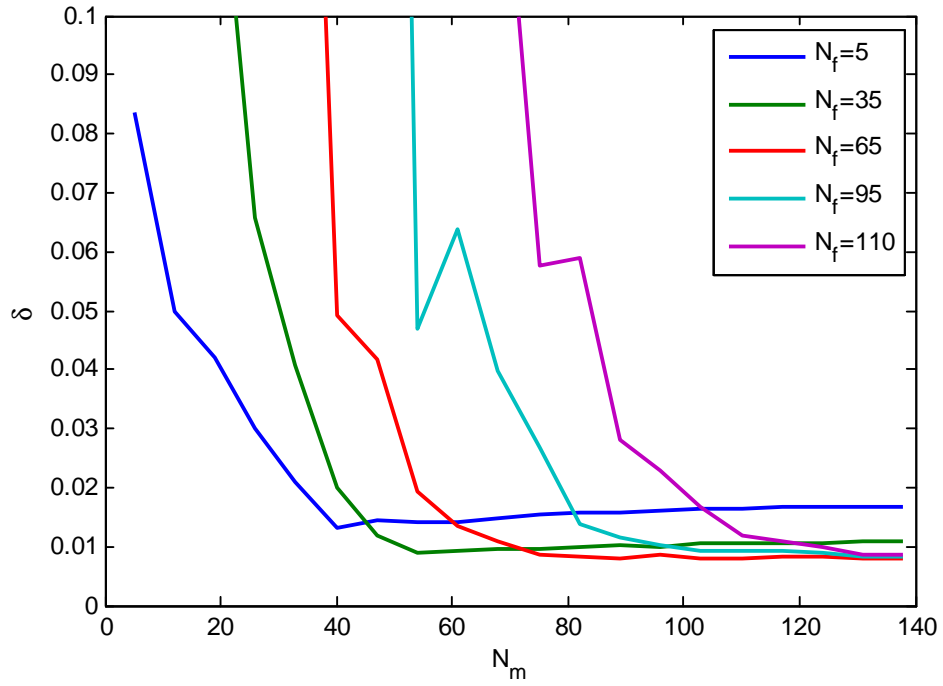


Figura 4.10: Caso 1. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).

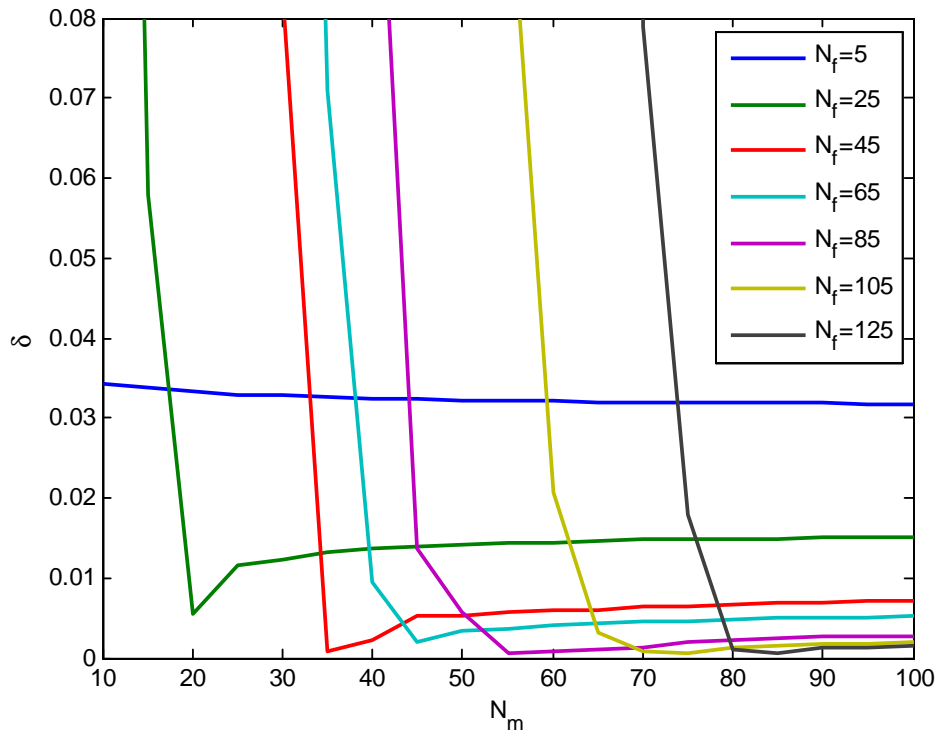


Figura 4.11: Caso 2. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).

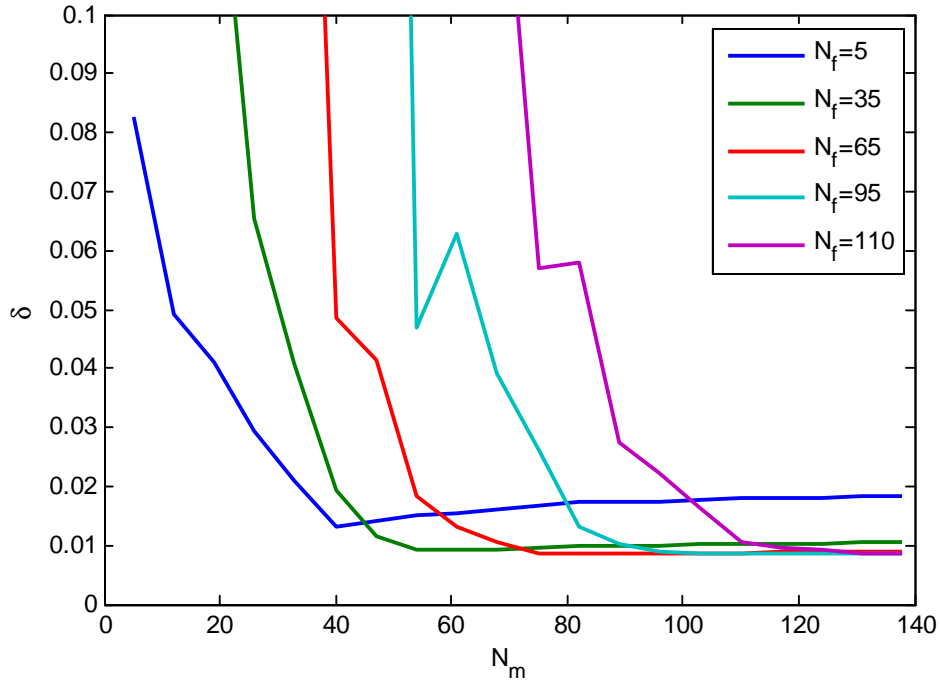


Figura 4.12: Caso 3. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).

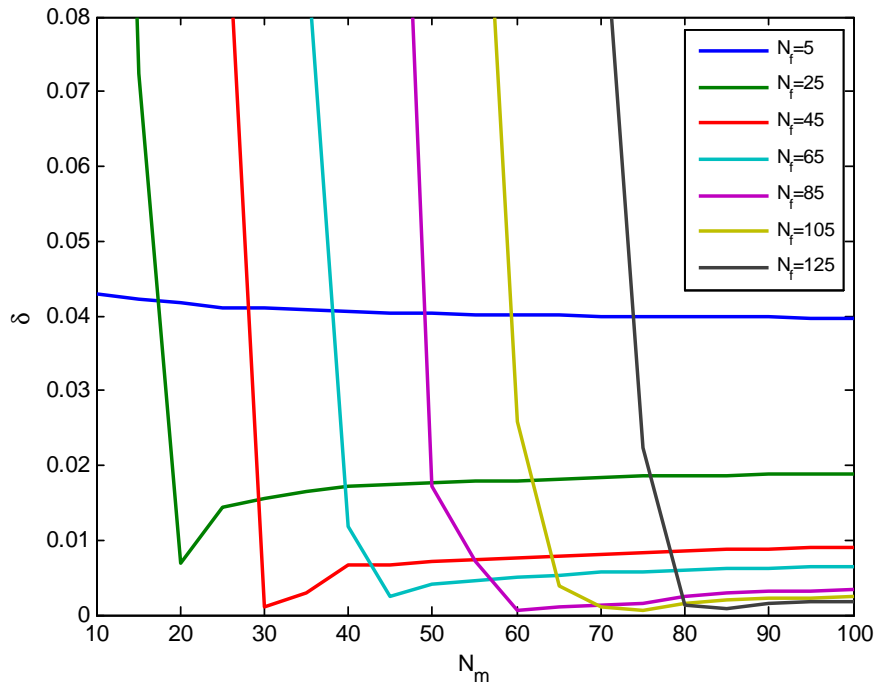


Figura 4.13: Caso 4. Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferente número de modos en la guía ficticia (N_f).

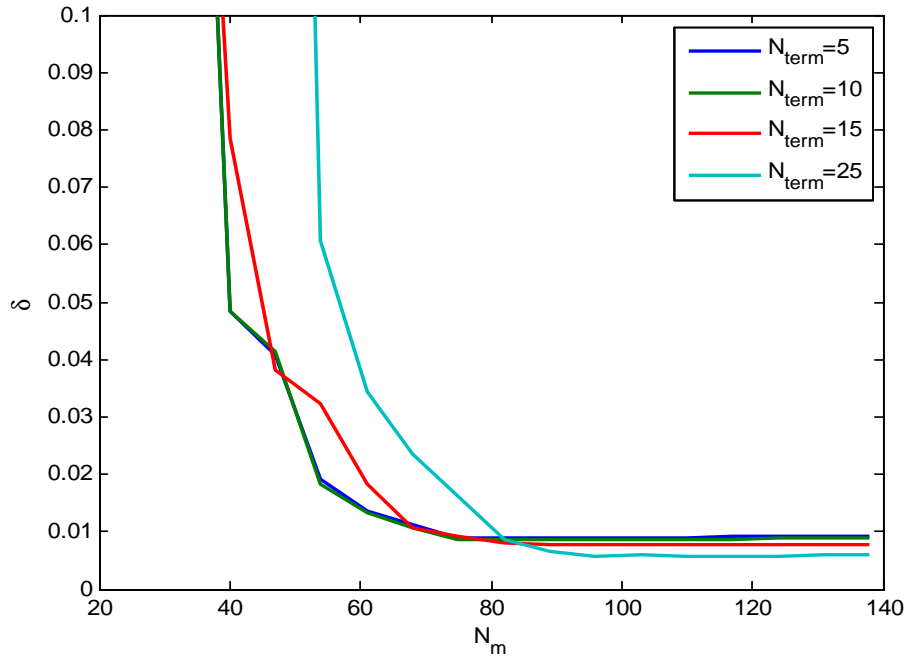


Figura 4.14: Error del coeficiente de reflexión del modo fundamental en función del número de modos en la guía de entrada (N_m) y del número de términos de representación del campo en la apertura (N_{term}) (casos 1 y 3)

ficticia es equivalente a la apertura, aun cuando se emplean un número elevado de modos que garantizan la convergencia del problema. En este caso, es evidente que aunque el problema converja, el valor al que tiende no es el real, comportamiento que suele surgir en los sistemas donde existe múltiple convergencia, es decir, donde la función de error consta de dos o más variables.

En nuestro ejemplo, la explicación al nivel de error obtenido reside en que en la guía intermediaria existen zonas de enorme proximidad entre los conductores interior y exterior, haciendo que el campo se concentre más en las mismas y que por tanto necesite un mayor número de autofunciones para ser representado (ver sección 3.4). Por ello, para los dos casos mencionados, resulta necesario aumentar el número de términos de representación modal en dicha guía. La figura 4.14 muestra el comportamiento del error para diferente número de términos, observándose que su valor decrece al aumentar N_{term} y viéndose además que es necesario un número mayor a 25 términos para poder optar a un error similar al obtenido en el resto de los casos analizados.

Para los términos y la relación de modos que se han obtenido, se comprueba que las dos formulaciones en que la guía ficticia equivale a la apertura suelen converger de manera más efectiva para las discontinuidades en las que el conductor interior de dicha guía no se encuentre demasiado próximo al exterior. En caso contrario, las dos estrategias en las que la guía ficticia contiene a las de entrada y salida, aunque requieran un número de modos similar a las otras dos para alcanzar la convergencia, exigen un número de términos menor y llevan además asociadas un valor más pequeño de error. Casos de este tipo aparecen en discontinuidades entre guías de impedancia 50Ω (ejemplo analizado), como las surgidas en las células TEM, por lo que para el análisis de éstas, dichas estrategias serían las más adecuadas. De entre las dos, la elección de una u otra ha de hacerse en función del tiempo de computación y de la precisión que cada una conlleva, por lo que sería conveniente analizar dichos aspectos.

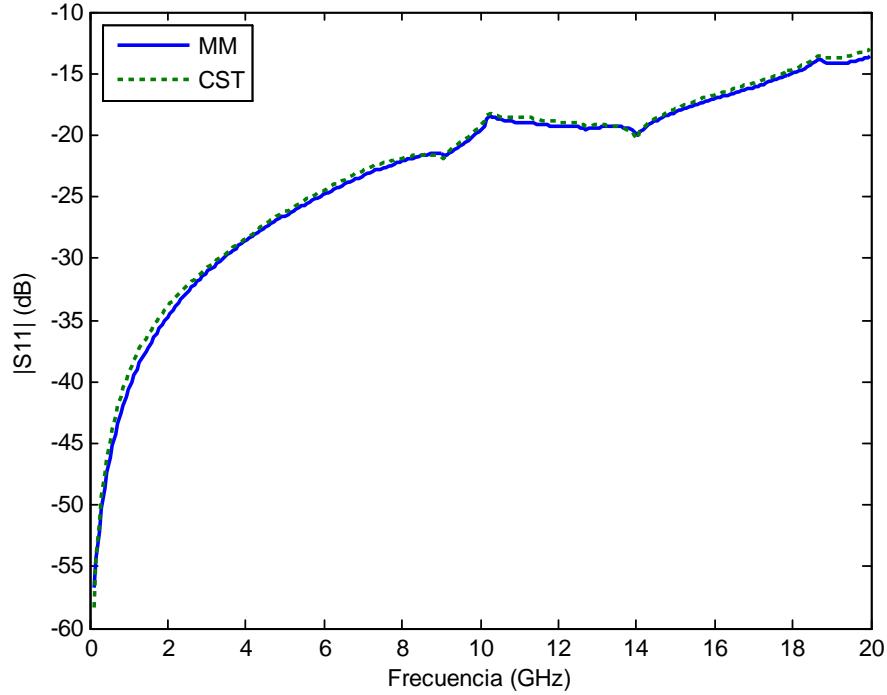


Figura 4.15: Coeficiente de reflexión (S_{11}) del modo fundamental de la discontinuidad general

Como se puede comprobar en el apéndice D, los casos 2 y 4 (1 y 3) se diferencian únicamente en la forma de llegar a la matriz S del sistema de ecuaciones asociado (el mismo para ambos). Para el ajuste directo (1 y 2), se requiere la computación de un número menor de productos e inversas respecto al caso de enlace, lo que reduce considerablemente el tiempo de cálculo sobre todo en sistemas con multitud de discontinuidades; no obstante, éstos proporcionan resultados menos precisos, ya que el número de condición de las matrices a invertir en los mismos suelen ser peores que en las estrategias de enlace.

La siguiente tabla muestra un resumen de los parámetros de convergencia obtenidos para los cuatro casos analizados, donde además, se indica el número de productos (P) e inversas (I) a realizar y el número de condición (promediado en frecuencia) de las matrices a invertir en cada uno de ellos:

Caso	δ (%)	N_m	N_f	N_f/N_m	N_{term}	P/I	$rcond$ ⁷
1	0,6	95	82	Áreas	25	20/3	0,02
2	0,21	70	105	Áreas	10	20/3	0,027
3	0,6	95	82	Áreas	25	8/1	$2 \cdot 10^{-4}$
4	0,23	70	105	Áreas	10	8/1	$5 \cdot 10^{-5}$

Analizando la tabla, vemos que aunque el número de condición asociado a la formulación 4 sea menor, éste aún se encuentra en el rango de viabilidad que ofrece la precisión del lenguaje de programación empleado (MATLAB), por lo que el hecho de implicar un número de productos e inversas menor respecto al caso 2, hace que la estrategia adecuada para atacar

gran parte de las discontinuidades de la figura 4.9 a) y más concretamente las que nos van a surgir, sea el procedimiento directo mediante el empleo de una guía ficticia que contenga a las de entrada y salida. Para éste, tal y como se hizo anteriormente, los parámetros de la tabla anterior podrían ser generalizables para cualquier discontinuidad donde las relaciones dimensionales entre las guías que intervienen se ajusten a las del ejemplo considerado. En la figura 4.15 se muestra la respuesta obtenida para este último.

4.3.4. Enlace de discontinuidades. Convergencia

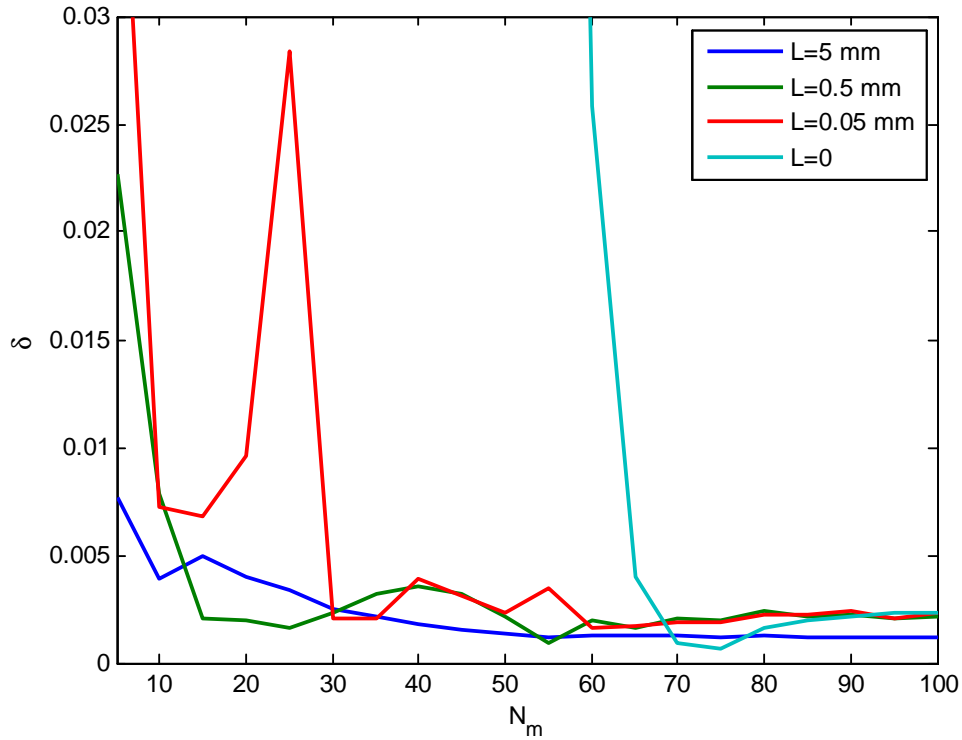


Figura 4.16: Variación del error en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferentes valores de longitud del enlace, L

Como ya se ha dicho, la discontinuidad general estudiada en el apartado anterior suele ser la más común cuando se efectúa un análisis de las células TEM más características debido a que son el resultado del corte transversal mediante planos $z = cte$ de las mismas. No obstante, el análisis de un determinado dispositivo mediante ajuste modal implica un muestreo de la estructura del mismo en secciones transversales, por lo que será éste el que imponga los tipos de discontinuidad que surjan. Como se verá en el capítulo 6, la existencia de dos conductores en las células TEM reporta la posibilidad de muestrear cada uno de ellos de forma independiente; en ese caso, las discontinuidades que surgen no son del tipo general (doble cambio), sino que aparecen discontinuidades donde sólo varía uno de los dos conductores (4.3.1, 4.3.2). Por ello, para llegar también a un criterio en la elección de los parámetros para los cuales un problema bajo ese muestreo pueda converger, resulta interesante estudiar, desde el punto de vista de la convergencia, el sistema formado por el enlace de dos discontinuidades a través de una guía de longitud L . Nuestro interés se centrará en el caso de la figura 4.9 c) donde la longitud L toma valores mayores a cero, ya que éste es el que surgirá debido a la formulación que se escogió anteriormente.

La figura 4.16 presenta, para el problema de la figura 4.9 c), la variación del error en función del número de modos de la guía de entrada (N_m) para diferentes valores de longitud del enlace, L . Como se comprueba, para un sistema como el considerado, el número de modos necesarios en la guía de enlace aumenta conforme la longitud de la misma se hace más pequeña. Esto es debido a que, para una determinada frecuencia, un modo cualquiera al corte de la guía de enlace que se genera en la primera discontinuidad (asociado a una constante de atenuación fija α) se atenúa menos conforme la longitud de la misma se hace más pequeña, haciendo que éste llegue a la segunda discontinuidad con una amplitud considerable. En ese caso, la diversidad del campo en el enlace es mayor, y por ende, este último ha de ser representado por un número mayor de autofunciones. Es por ello, que en la discontinuidad general estudiada anteriormente se requiera un mayor número de modos para la convergencia que en las de cambio de un sólo conductor.

Como se verá en los siguientes capítulos, la figura 4.16, además de proporcionarnos cierta información para el análisis y convergencia de las células TEM en donde se asume doble muestreo, nos advierte de que los parámetros de convergencia estudiados anteriormente para las discontinuidades del tipo general, que surgen si se toma un muestreo simple, pueden resultar insuficientes si éstas se enlazan bajo longitudes pequeñas. No obstante, éstos siguen siendo un buen punto de partida para afrontar el análisis electromagnético de las células TEM que se efectuará en los capítulos 6, 7, 8.

Capítulo 5

Análisis de dispositivos basados en el coaxial rectangular

5.1. Introducción

En los capítulos anteriores se ha realizado un estudio de las técnicas de ajuste de campo, RTG y MM, y de su combinación como herramienta de análisis electromagnético de gran cantidad de dispositivos resultantes de la unión adecuada de diversos sistemas de guiado. Como caso particular de interés, en dichos capítulos se ha optado por un estudio de las diferentes discontinuidades que surgen en el análisis de las células TEM, cuya validación ha quedado resuelta tras la comparación de los resultados obtenidos respecto a otra estrategia numérica. No obstante, dicha validación se ha ceñido exclusivamente a discontinuidades y no a sistemas completos formados por la combinación de sendos sistemas de guiado, por lo que antes de abarcar un estudio de una estructura tan compleja como la célula TEM, sería conveniente validar el software de cálculo implementado con estructuras más sencillas que impliquen la aparición de enlaces entre discontinuidades, que sean asumibles por el mismo y cuyas respuestas sean conocidas a priori.

5.2. Filtro Paso Bajo con aproximación de línea corta

Una de las estructuras más sencillas de analizar mediante el software implementado es un filtro paso bajo diseñado a partir de la aproximación de línea corta [27], [28]. Para éste, se tomarán los casos donde estén implicadas las diferentes discontinuidades analizadas en el capítulo anterior. Las especificaciones del filtro que se va implementar mediante este procedimiento son:

- Frecuencia de corte (f_c): 2,5 GHz
- Pérdidas de retorno en la banda de paso: > 15 dB
- Impedancia de generador y carga (Z_0): 50Ω

Para las especificaciones anteriores, tras una síntesis circuital en la que no se han tenido en cuenta los efectos de las discontinuidades, se han llegado a los siguientes valores dimensionales para una respuesta de Chebyshev de $N = 9$ elementos, cuyas bobinas y condensadores están asociados a impedancias de línea ($\epsilon_r = 1$) de 80 y 30Ω respectivamente:

1) Cambio de impedancia producida por la variación del conductor interior

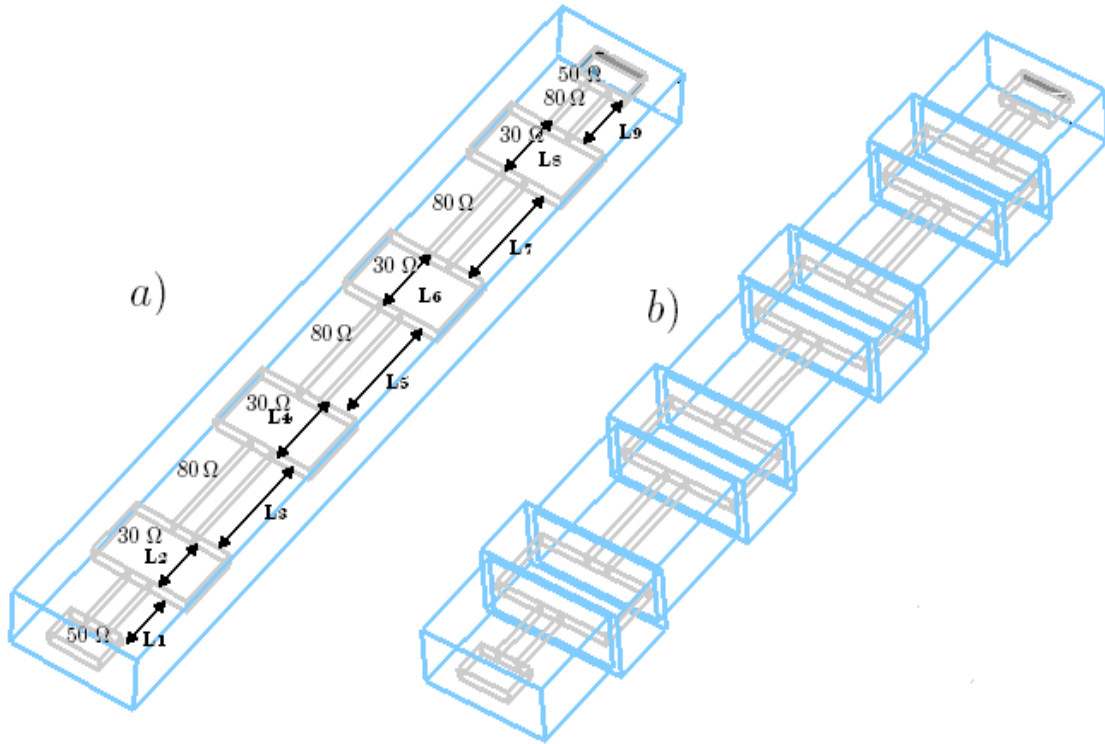


Figura 5.1: a) Estructura del filtro cuya variación de impedancia es producida por la variación del conductor interior. b) Estructura del filtro cuya variación de impedancia es producida por la variación de ambos conductores.

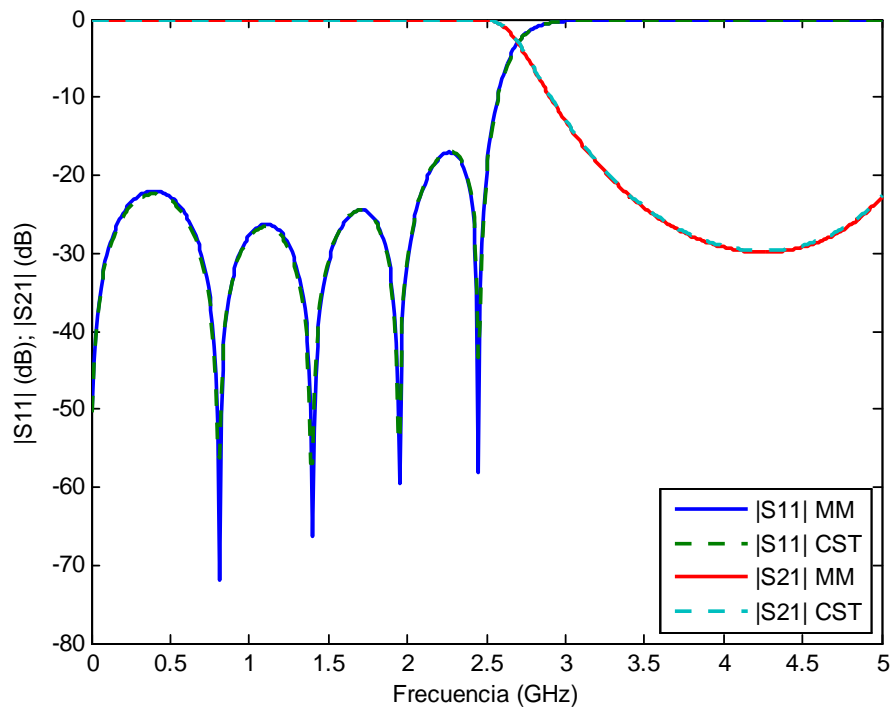


Figura 5.2: Respuesta del Filtro paso-bajo de la figura 5.1 a) para el modo fundamental.

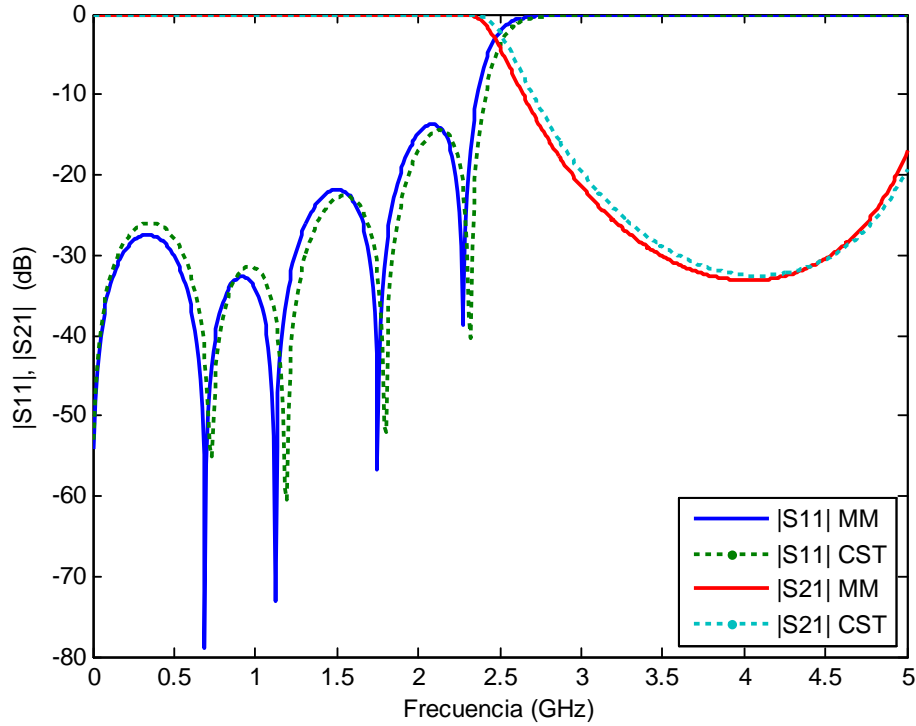


Figura 5.3: Respuesta del Filtro paso-bajo de la figura 5.1 b) para el modo fundamental.

Las dimensiones empleadas para el conductor exterior, común en todos los tramos de línea, son (según figura 4.3):

$$B = 10,16 \text{ mm}; \quad A = 22,86 \text{ mm} \quad h = (B - T)/2$$

La anchura de los conductores interiores para cada impedancia de línea, suponiendo un espesor común de $T = 2 \text{ mm}$, son:

$$Z_0 = 50 \longrightarrow W = 9,55 \text{ mm}$$

$$Z_0 = 80 \longrightarrow W = 3,92 \text{ mm}$$

$$Z_0 = 30 \longrightarrow W = 17,62 \text{ mm}$$

y las longitudes de los tramos (figura 5.1 a):

$$L_1 = L_9 = 11,71 \text{ mm}; \quad L_2 = L_8 = 11,74 \text{ mm}; \quad L_3 = L_7 = 21,48 \text{ mm}$$

$$L_4 = L_6 = 12,78 \text{ mm}; \quad L_5 = 22,5 \text{ mm}$$

La figura 5.2 muestra las respuestas obtenidas mediante CST y MM, esta última calculada para un número de términos $N_{term} = 10$ y de modos $N_m = 60$ ¹. Se puede comprobar que los resultados obtenidos por ambos métodos coinciden, siendo el error asociado igual a $\delta_{conv} = 0,089 \%$.

2) Cambio de impedancia producida por la variación de los conductores interior y exterior

¹ N_m es el número de modos en la línea de 50Ω . Para el resto, se emplea la relación de áreas.

Para este ejemplo, las dimensiones para cada una de las líneas, de igual longitud a las del caso anterior, son (figura 5.1 b):

$$Z_0 = 50 \longrightarrow T = 2 \text{ mm}; \quad B = 10,16 \text{ mm}; \quad A = 22,86 \text{ mm} \quad W = 9,55 \text{ mm}$$

$$Z_0 = 80 \longrightarrow T = 2 \text{ mm}; \quad B = 10,16 \text{ mm}; \quad A = 22,86 \text{ mm} \quad W = 3,92 \text{ mm}$$

$$Z_0 = 30 \longrightarrow T = 2 \text{ mm}; \quad B = 12 \text{ mm}; \quad A = 26 \text{ mm} \quad W = 21 \text{ mm}$$

De nuevo, la figura 5.3 muestra las respuestas en frecuencia obtenidas mediante CST y MM ($N_{term} = 10$, $N_m = 100$); se comprueba que, aunque en este caso no se cumplan las especificaciones debido al empeoramiento en reflexión que impone la discontinuidad de doble cambio, las respuestas de ambos métodos numéricos vuelven a ser similares ($\delta_{conv} = 1,7\%$).

5.3. Adaptador Klopfenstein

Otro de los dispositivos que pueden ser analizados mediante el software implementado es un adaptador de impedancias de perfil Klopfenstein, cuya característica principal es que proporciona, para un determinado nivel máximo de reflexión en su banda de paso (comportamiento paso alto), la menor longitud de sección de adaptación, lo que resulta en cierta medida beneficioso [27], [28].

Las características del adaptador a implementar son:

- Impedancias a adaptar: $Z_1 = 30 \Omega$, $Z_2 = 90 \Omega$
- Frecuencia de corte (f_c): 2 GHz
- Reflexión máxima ($\rho_{m\acute{a}x}$): 30 dB

En la figura 5.4 se muestra, para la reflexión deseada, el perfil de impedancias que ha de sintetizarse en función de la longitud normalizada de la sección de adaptación, donde la longitud máxima toma un valor de $L_{m\acute{a}x} = 84,675 \text{ mm}$ para la frecuencia de corte dada. Para éste, si la implementación se lleva a cabo en coaxial rectangular, existe un perfil continuo dimensional que, fijadas las dimensiones de los conductores exteriores y el espesor de los interiores, se convierte en un perfil dimensional de anchuras en los últimos. La continuidad de este perfil no puede ser asumida mediante ajuste modal, por lo que para su análisis, ha de ser muestreado de forma que se obtengan secciones transversales tratables que en conjunto describan el perfil con cierta fidelidad. Es claro que el número de muestras es determinante a la hora de aproximarse a la respuesta ideal, ya que conforme se aumente el número de muestras, dicho problema será mejor reproducido. En la figura 5.4 se resalta el muestreo realizado del perfil de impedancias ($N_{muestras} = 12$). Admitiendo dimensiones fijas en los conductores exteriores

$$A = 22,86 \text{ mm}; \quad B = 10,16 \text{ mm}; \quad h = (B - T)/2 \quad (\text{según figura 4.3})$$

y espesor fijo en los interiores

$$T = 2 \text{ mm}$$

este último se traduce en la estructura de la figura 5.5 cuyas anchuras se resumen a continuación:

$$W_1 = 1,47 \text{ mm}; \quad W_2 = 1,605 \text{ mm}; \quad W_3 = 1,813 \text{ mm}; \quad W_4 = 2,143 \text{ mm}; \quad W_5 = 2,622 \text{ mm}$$

$$W_6 = 3,266 \text{ mm}; \quad W_7 = 4,072 \text{ mm}; \quad W_8 = 5 \text{ mm}; \quad W_9 = 5,995 \text{ mm}; \quad W_{10} = 6,931 \text{ mm}$$

$$W_{11} = 7,704 \text{ mm}; \quad W_{12} = 8,263 \text{ mm}; \quad W_{13} = 8,617 \text{ mm}; \quad W_{14} = 8,837 \text{ mm}$$

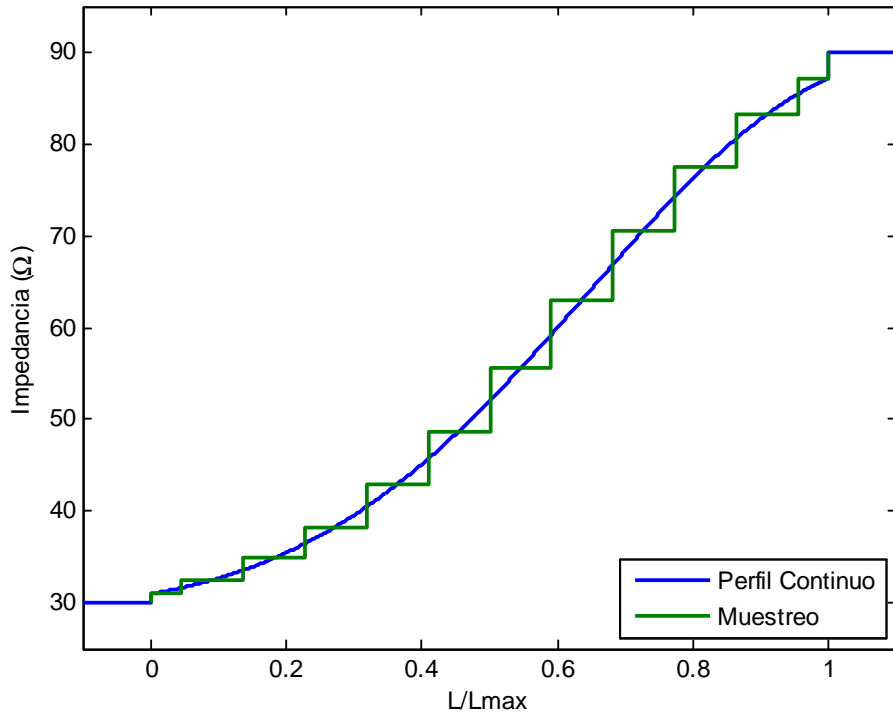


Figura 5.4: Perfil de impedancias del adaptador Klopfenstein en función de la longitud normalizada de la sección. $L_{\text{máx}} = 84,675$ mm

En la figura 5.6 se presentan las respuestas en frecuencia obtenidas por MM y CST (ambas similares, $\delta_{conv} = 0,12\%$) en comparación con la ideal. Como se puede observar, el comportamiento ideal del dispositivo (salvo pequeños efectos ocasionados por las discontinuidades) se mantiene hasta frecuencias en torno a 10 GHz. A partir de entonces, se produce una diferenciación en las respuestas real e ideal debida el efecto del muestreo finito y de las discontinuidades (aparecen modos superiores en la estructura).

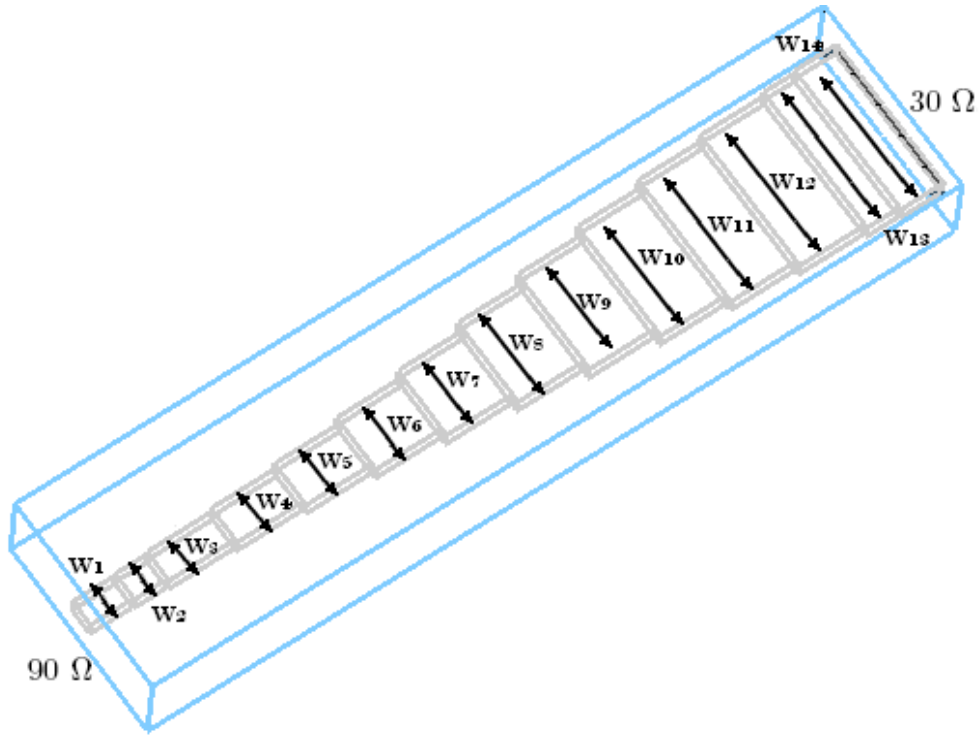


Figura 5.5: Estructura del adaptador Klopfenstein diseñado.

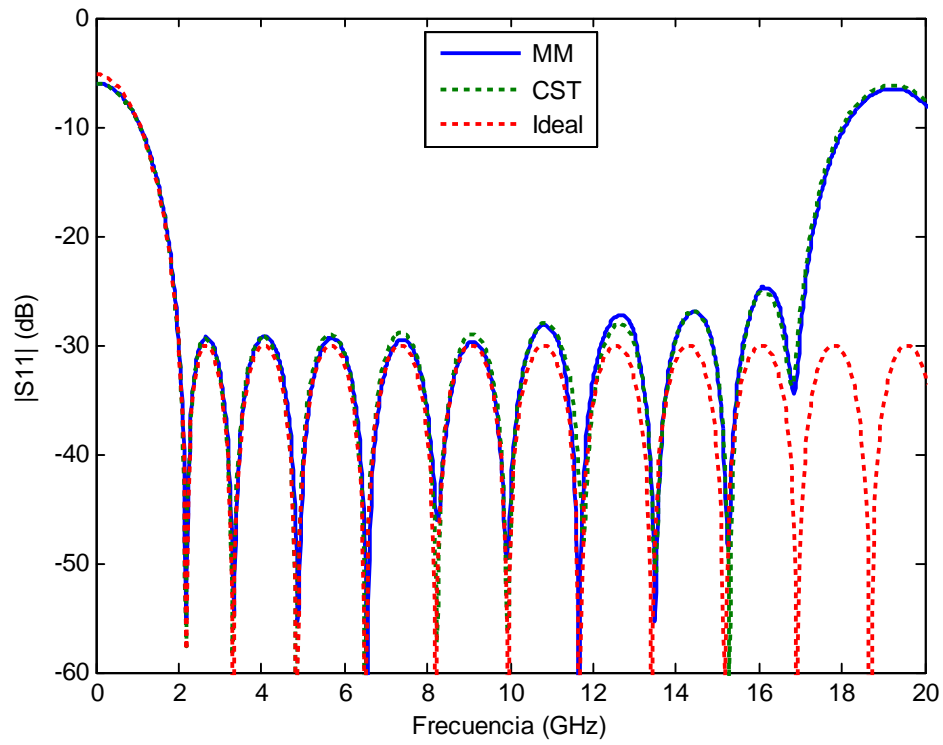


Figura 5.6: Respuesta en frecuencia del Klopfenstein diseñado para 12 muestras

Parte III

Análisis Electromagnético de Células TEM

Capítulo 6

Análisis electromagnético de células TEM simétricas

6.1. Introducción

Una vez descritas las técnicas de ajuste de campo, y su aplicación al estudio de la respuesta y convergencia de las discontinuidades que surgen en la mayor parte de las células TEM (discontinuidades en coaxial rectangular), el paso siguiente sería abordar el análisis electromagnético de las células más características.

En este capítulo se van a analizar las células TEM simétricas ya descritas en el capítulo 2 bajo la restricción de que éstas se encuentren vacías. Para ésta, y teniendo en cuenta los datos y conclusiones derivados del análisis de los capítulos anteriores, se pretenderá llegar a una respuesta en frecuencia del sistema para un ejemplo dimensional concreto que sea convergente respecto a los parámetros típicos del problema. Una vez resuelto éste desde el punto de vista del ajuste de campo, haremos uso de la información que otorgan dichos métodos para el ejemplo en cuestión (ver sección 1.2) con el fin de explicar ciertos fenómenos que ocurren en el interior de este tipo de célula, necesarios para comprender su funcionamiento y poder dar así ciertas ideas útiles para un proceso de diseño.

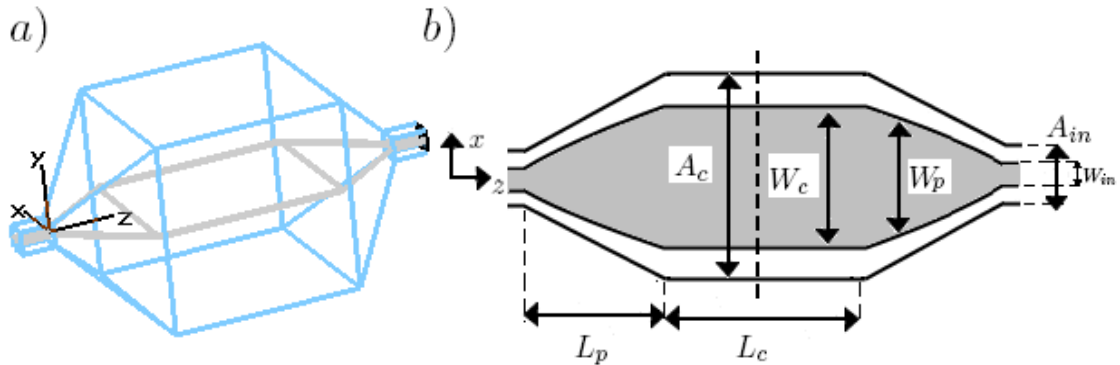


Figura 6.1: a) Estructura de una célula TEM simétrica. b) Corte longitudinal por plano $y=0$ de la figura a)

6.2. Geometría

La figura 6.1 a) muestra la estructura típica de una célula TEM simétrica. Tal y como se comentó de forma cualitativa en el capítulo 2, este tipo de células constan de una región central (con geometría de coaxial rectangular) donde se pretende generar un campo lo más parecido a una onda plana, empleando para ello las propiedades del modo TEM, y sendas secciones de adaptación cuya función es proporcionar en dicha región la mayor cantidad posible de potencia que se hace incidir en el sistema.

Normalmente, las secciones adaptativas suelen ser piramidales en cuanto al perfil del conductor exterior debido a que son más sencillas de construir físicamente, aunque nada impediría que se tomase en el diseño de las mismas un perfil distinto del piramidal si éste supusiese ciertos beneficios. No obstante, el hecho de que en primera instancia sólo se pretenda conservar la impedancia a lo largo de la pirámide ¹, hace que el grado de libertad que supone la existencia del conductor interior sea suficiente para ello ². Así, suponiendo un espesor constante en el mismo, la síntesis de la pirámide se reduciría a la determinación del perfil de anchuras del conductor interior que sintetice una impedancia constante a lo largo de la misma. Obviamente, conseguir este fin no implica un diseño óptimo de la célula, ya que aunque se consiga mantener la impedancia en las pirámides, lo suaves o abruptas que sean éstas es lo que verdaderamente determina el comportamiento en reflexión de la estructura. Como ejemplo cualitativo de lo anterior, si suponemos que muestreamos dichas pirámides a través de planos $z=\text{cte}$ y analizamos el comportamiento desde un punto de vista modal, es fácil comprobar cómo un incremento fijo en z (Δz) produce discontinuidades más suaves (Δy más pequeños) cuando la relación entre la longitud y la altura es elevada (mayor suavidad en el perfil), por lo que en ese caso los modos que se generan en las mismas lo hacen con una amplitud más pequeña. Esto, aparte de implicar una mejor reflexión del sistema para el modo fundamental, hace que éste tenga un mejor comportamiento en cuanto a la generación de modos superiores a frecuencias donde éstos puedan propagarse, lo que como se verá, a efectos del objetivo de las células TEM, implica una estrategia a tener en cuenta en el diseño.

Respecto de la excitación de la estructura, ésta normalmente suele realizarse mediante sistemas estándar que normalmente suelen asociarse a coaxiales tipo N, SMA, etc, a través de las correspondientes estructuras de adaptación a coaxial rectangular (ver figura 1.1). No obstante, desde el punto de vista del ajuste modal, las discontinuidades existentes entre estos elementos suelen ser muy difíciles de caracterizar, por lo que en nuestro análisis se admitirá que éstos son ideales y que por tanto se genera un modo TEM puro desde el plano de referencia donde comienza la estructura rectangular (pirámides y región central) con la misma potencia incidente; así, nuestra guía de excitación correspondería con la mostrada en la figura 6.1 a). En nuestro caso, se va a considerar que las dimensiones de estas guías (puertas de entrada/salida), de 50Ω de impedancia, son (según figuras 3.8 a y 6.1 b):

$$\begin{aligned} A_{in} &= B_{in} = 20 \text{ mm}; W_{in} = 14 \text{ mm} \\ T &= 2 \text{ mm}; L = (B_{in} - T)/2 \end{aligned}$$

Para estas dimensiones, la frecuencia de corte del primer modo superior que se genera en las mismas sería de 9,73 GHz ³, lo que constituye el límite máximo de utilización de la célula.

Para la región central (50Ω), se van a tomar como ejemplo las siguientes dimensiones

¹La impedancia característica para el modo TEM definible localmente en la pirámide a través de la segmentación de la misma mediante planos $z=\text{cte}$

²Mantener la impedancia no es del todo imprescindible, pudiéndose concebir sistemas con variaciones de impedancia que proporcionen un buen nivel de reflexión, como por ejemplo uno basado en un Klopfenstein.

³La frecuencia de corte del primer modo superior de las bocas de entrada/salida es 7,27 GHz, no obstante, como se verá, se generan sólo los modos pares respecto a $x=0$ e $y=0$.

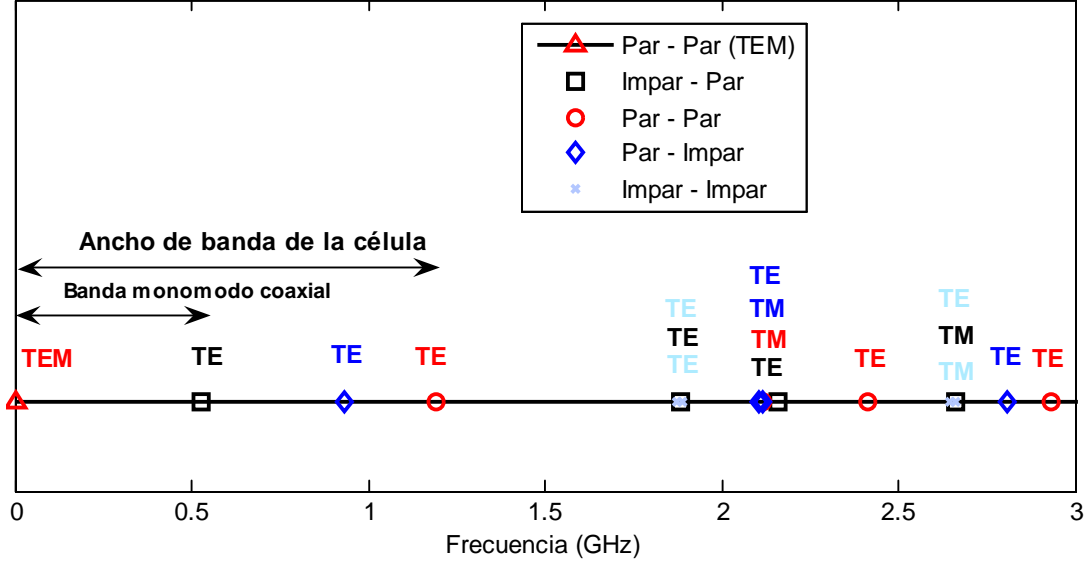


Figura 6.2: Frecuencias de corte de los modos de la región central para las dimensiones empleadas. Se resaltan el ancho de banda monomodo de la célula y el ancho de banda monomodo del coaxial rectangular que forma la región central.

(figuras 3.8 a y 6.1 b):

$$A_c = B_c = 160 \text{ mm}; W_c = 131,2 \text{ mm}$$

$$T = 2 \text{ mm}; L = (B_c - T)/2; L_c = 150 \text{ mm}$$

En este caso, las frecuencias de corte de los modos en dicha región y la familia a la que pertenecen según su simetría respecto de los planos $x = 0$, $y = 0$ se muestra en la figura 6.2.

Como ya se comentó en el capítulo 2, al ser la región central la zona de interés para la obtención de las características deseadas de campo, la aparición de modos superiores al TEM en dicha región es lo que limita la banda de funcionamiento de la célula. De esta manera, según la figura 6.2, se podría deducir que dicha banda estaría delimitada de forma estricta por la frecuencia de corte del primer modo superior de la región central ($f_c = 0,55 \text{ GHz}$); no obstante, el hecho de que la célula vacía sea simétrica respecto de los planos $x = 0$, $y = 0$ hace que sólo se generen aquellos modos superiores que pertenezcan a la misma familia de simetrías del modo de excitación respecto a dichos planos (apartado 4.2.4), esto es, los que poseen la simetría par del TEM respecto a los mismos (figura 6.2, puntos rojos). Así, el ancho de banda monomodo de la célula vacía, no es, por tanto, igual al ancho de banda monomodo de la sección central, sino que estaría limitado por la frecuencia de corte del primer modo que se genera en la misma, en nuestro caso $1,18 \text{ GHz}$ ⁴. Hay que mencionar que aunque la banda monomodo de la célula corresponda con el límite estricto de funcionamiento de la misma (propagación de modos superiores), dicho límite normalmente puede extenderse a frecuencias superiores a la misma, como se verá posteriormente.

Fijando el perfil del conductor exterior piramidal, las dimensiones de las secciones de las puertas y de la región central, y el espesor del conductor interior en toda la estructura ($T = 2 \text{ mm}$), el único grado de libertad que queda para sintetizar una impedancia constante en toda

⁴Esta afirmación es válida aun suponiendo una excitación a través de un dispositivo real (conector N, etc), ya que éstos también conservan las simetrías respecto de los planos $x = 0$ e $y = 0$ (su modo TEM es par-par respecto a los mismos).

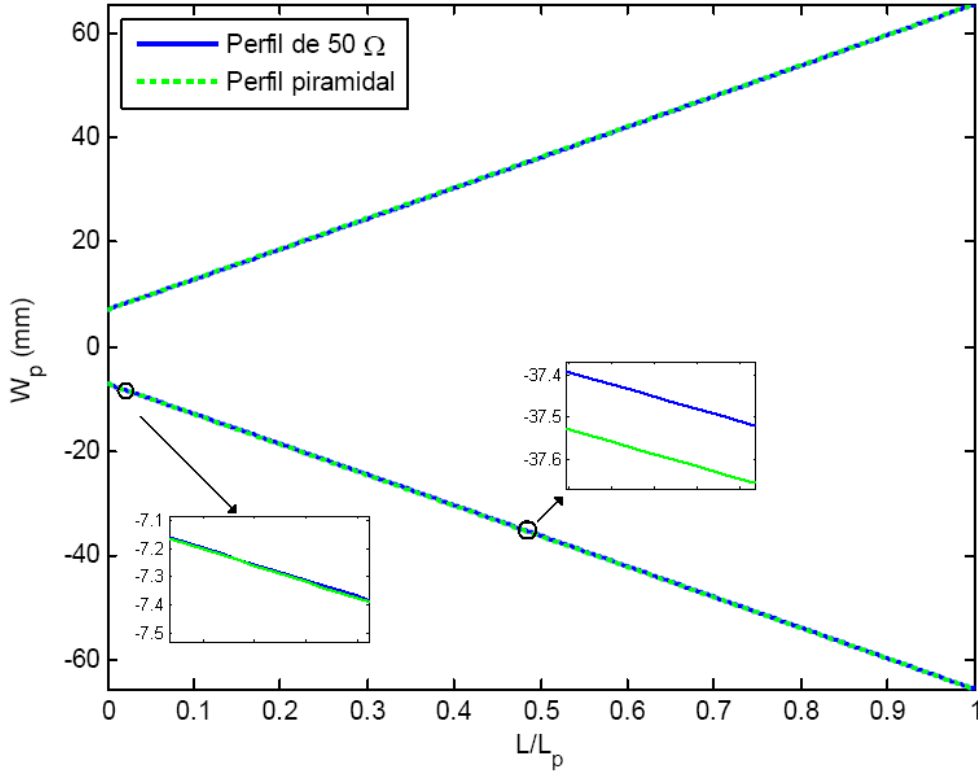


Figura 6.3: Perfil continuo normalizado del conductor interior a la longitud de la pirámide que consigue mantener la impedancia de la estructura a 50Ω . (Caso centrado) Vista en planta.

la estructura, para nuestro caso igual a 50Ω , es el perfil de anchuras de este último. Es claro que al admitir propagación en z , lo cual es una aproximación de las pirámides con el fin de poder llegar a la solución mediante MM, el perfil de impedancias ($L = (B - T)/2$ en toda la estructura, caso centrado) se hace independiente de la variación de la longitud de las mismas. De esta manera, la figura 6.3 muestra el perfil del conductor interior normalizado que consigue mantener la impedancia constante en toda la célula a 50Ω para las dimensiones prefijadas. Como se puede comprobar, el perfil interno es prácticamente piramidal.

6.3. Convergencia y respuesta en frecuencia

Tras la elección de las dimensiones de la región central, de las puertas y de los perfiles en las pirámides, la única característica que falta para definir un ejemplo dimensional concreto que sirva para analizar ciertos fenómenos asociados a este tipo de células es la longitud de las pirámides. El hecho de que hasta ahora no se haya especificado una longitud específica de éstas se debe a que este parámetro (L_p) juega un papel importante en la convergencia, y por ende, en la eficiencia de los resultados que se obtienen.

Como ya se ha comentado anteriormente, para resolver un problema electromagnético mediante ajuste modal es necesario segmentar la estructura completa mediante planos $z=\text{cte}$ que den como resultado regiones donde se pueda definir un conjunto completo de modos que permitan cumplir cualquier condición de contorno en dichos planos. Teniendo en cuenta esto, el muestreo de una determinada geometría puede ser muy variado, haciendo que la elección entre una estrategia u otra dependa de la eficiencia de los resultados obtenidos tanto a nivel

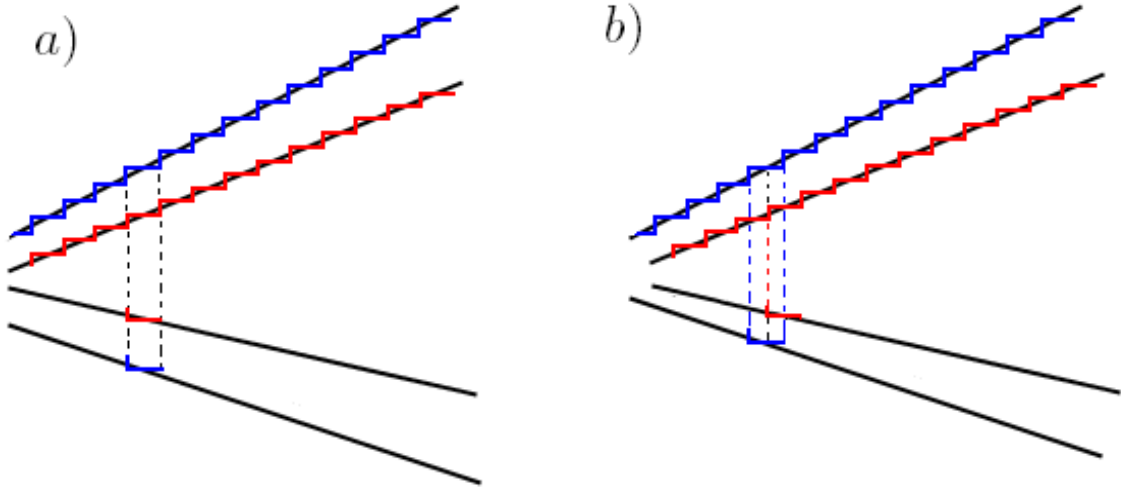


Figura 6.4: a) Muestreo simple b) Muestreo doble (Vista en planta de los perfiles de los conductores)

de representación del problema real como a nivel de tiempo de cálculo. En nuestro caso, observando las figuras 6.1 a y b, debido a la existencia de dos conductores independientes, se nos plantean dos posibilidades a la hora de muestrear la estructura: muestreo simple o muestreo doble (Figura 6.4). Para ambas, podemos definir los siguientes parámetros de convergencia asociados al problema general (Figura 6.5):

- Número de muestras total (N_{mues}). Asumimos que este número es igual al de secciones resultantes tras el muestreo que tengan una sección transversal como la de la figura 3.8. Así, para el muestreo simple, este número equivaldría al de muestras tomadas en los conductores y para el muestreo doble, admitiendo escalones con variaciones en z constantes, este número sería igual al doble de muestras tomadas en los mismos.
- Número de modos en cada muestra. Para una determinada muestra i , $N_m^{(i)}$
- Número de términos que representan cada modo en cada muestra. Para una muestra i , y para el modo j de la misma, teniendo en cuenta que este último se representa en dos regiones transversales (R_1, R_2), $N_{term}^{(i)(j)(R_n)}$ ($n = 1, 2$)

Obviamente, estudiar la convergencia del problema para todas las variables implicadas se torna imposible, por lo que hay que tener en cuenta las conclusiones ya alcanzadas en los capítulos anteriores respecto a las mismas.

En primer lugar, para intuir cuál de los dos muestreos nos puede convenir más, vamos a tomar una longitud de pirámide $L_p = 200$ mm y un número de muestras fijo en cada uno de los conductores igual a 20.

a) Muestreo Simple (Figura 6.4 a))

En esta estrategia, al muestrearse a la vez los dos conductores, las discontinuidades que se obtienen son de doble cambio de conductor (figura 4.9 a)). Para éstas, y teniendo en cuenta que las relaciones dimensionales entre dos guías contiguas que intervienen en las discontinuidades que surgen del muestreo son equivalentes a las analizadas en el capítulo 4, podríamos llegar a conocer, teniendo en cuenta los resultados que se obtuvieron, un número de modos aproximado para el cual el problema pueda converger, es decir, podríamos obtener

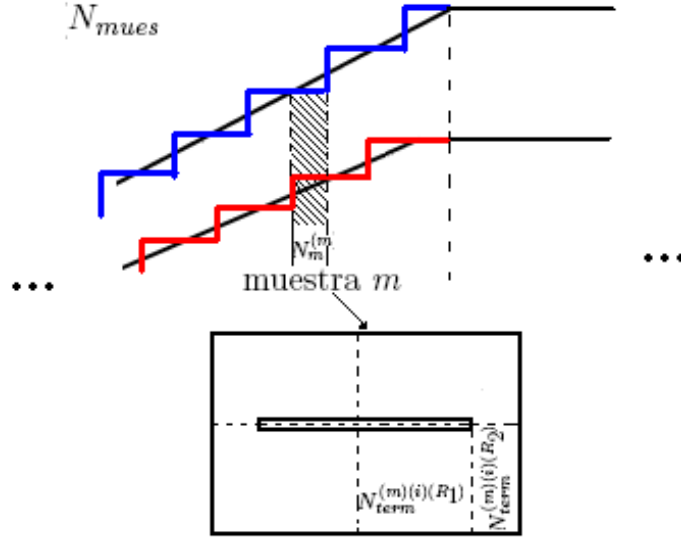


Figura 6.5: Parámetros de convergencia del problema completo de la célula TEM simétrica.

un buen punto de partida para analizar la convergencia del problema. De la figura 4.13, se deduce que para cualquier discontinuidad de las obtenidas es necesario un número en torno a $N_m^{(in)} = 70$ modos de los que se generan ⁵. Como las discontinuidades que surgen son dimensionalmente mayores conforme se recorren en sentido ascendente las pirámides, aun manteniendo las relaciones adecuadas, los 70 modos corresponderían con el número de éstos que hay que asumir en las puertas de la célula. Teniendo en cuenta la relación de áreas para la elección de los modos en las guías ficticias y de salida para una discontinuidad de esta índole, y sabiendo que ésta es igual a 64 entre las puertas y la región central, se llega a que serían necesarios, en esta última, un número de modos igual o mayor a $N_m^{(c)} = 70 \cdot 64 = 4480$ para alcanzar la convergencia ⁶.

b) Muestreo Doble (Figura 6.4 b))

En este caso, el muestreo se hace independiente para los dos conductores haciendo que un salto de escalón en uno de ellos coincida con el punto medio de un escalón del otro, produciéndose de esta forma discontinuidades de simple cambio de conductor (Figuras 4.3, 4.6). Como se vio en el capítulo 4, éstas necesitan un número menor de modos para llegar a la convergencia, por lo que el sistema formado por dos de ellas a través de un enlace, y por ende la estructura completa, pueden requerir el empleo de un número de modos inferior que el caso del muestreo simple. Concretamente, para este ejemplo, las discontinuidades que surgen mantienen las mismas relaciones dimensionales que los ejemplos analizados en el capítulo 4; como en este caso el muestreo es doble (20 muestras por conductor), el número total de muestras tomaría un valor de $N_{muest} = 40$ y por tanto, la longitud de los enlaces entre discontinuidades sería igual a $\Delta l = L_p/N_{mues} = 5$ mm. Así, según la figura 4.16 podemos deducir que en principio serían necesarios $N_m^{(in)} = 10$ modos en la entrada del sistema y por

⁵ $N_m^{(in)} = 70$ modos en la guía de entrada; para el resto (guías ficticia y de salida), empleo de la relación de áreas.

⁶ Igual o mayor debido a que en este caso no se ha tenido en cuenta el sistema formado por dos discontinuidades de doble cambio y la guía de enlace asociada.

tanto $N_m^{(c)} = 10 \cdot 64 = 640$ modos en la región central para alcanzar errores bajos que puedan suponer un umbral sensato de convergencia.

Ambas estrategias deberían ser similares desde el punto de vista de la precisión de los resultados obtenidos, por lo que la diferencia de eficiencia entre ambas radica en gran medida en el tiempo de computación empleado para llevarlas a cabo. Para este último, las variables implicadas serían el número de modos y términos empleados, y el número de integrales de cruce y enlaces a realizar. La siguiente tabla resume, para el ejemplo analizado (generalizable para cualquier valor de L_p), dichos parámetros:

Muestreo	N_{mod} (Entrada/Región Central)	Enlaces ($N_{\text{disc}} - 1$)	Cruces/Disc
Simple	70/4480	18	2
Doble	10/640	38	1

Como se puede comprobar, aunque el número de enlaces sea mayor en el caso del muestreo doble, el número de modos en cada discontinuidad, que influye en las dimensiones de las matrices implicadas en el problema y por ende de forma determinante en el tiempo de computación, son mayores para el muestreo simple, por lo que parece razonable asumir el muestreo doble como la forma más efectiva de discretizar la estructura.

Una vez elegido el muestreo que nos puede convenir, el paso siguiente sería realizar un análisis de la convergencia del problema en función de las variables implicadas (Figura 6.5) con el fin de poder conocer, para nuestras dimensiones prefijadas en la región central, las longitudes y el número de muestras en las pirámides que son asumibles para conseguir resultados efectivos (en valor y en tiempo) mediante nuestro procedimiento numérico.

De las variables de la figura 6.5, vamos a asumir la elección del número de modos de la misma forma que la realizada en el análisis del tipo de muestreo, esto es, tomar datos derivados de un análisis del tipo de discontinuidad y enlace que estén implicados y admitir la relación de áreas. Para el número de términos a emplear, hay que tener presente que para modos de órdenes mayores a 150 (capítulo 3), ya no es posible el empleo de 10 términos para la representación modal, por lo que es conveniente ir graduando dicho número conforme aumente el orden del modo a caracterizar. El criterio escogido se resume en la siguiente tabla:

Orden del modo	Términos ($N_{\text{term}}^{(i)(j)R_1}$)
0 – 150	10
151 – 300	12
301 – 450	16
451 – 600	19
600 – 750	22

Fijando el número de modos y términos ⁷, la única variable de convergencia que queda, para una longitud de pirámide determinada, es el número de muestras.

⁷Fijar el número de modos y de términos a priori, basándonos en resultados derivados del análisis de elementos más sencillos, es útil debido a que incluir estos parámetros en la convergencia de la estructura completa se hace prohibitivo.

Con respecto a la convergencia, se va a volver a suponer que el problema está bien caracterizado cuando el valor del coeficiente de reflexión del modo fundamental no varíe numéricamente respecto a los parámetros de los que depende (número de modos, términos y muestras). Este criterio es válido, puesto que nuestro interés se centra únicamente en conocer el campo en la región central a frecuencias monomodo, o a frecuencias donde sólo tengan influencia unos pocos modos superiores. Si por el número de modos tomado se consigue determinar con cierta exactitud el modo fundamental y unos pocos superiores, aunque formalmente se cumplan peor las condiciones de contorno del problema que al considerarse un mayor número de modos, la información obtenida sería más que suficiente para llegar a caracterizar diversos fenómenos y ciertas magnitudes medibles (potencia, etc).

Antes de analizar la convergencia del problema respecto del número de muestras, vamos a ver la influencia que tiene la elección del número de modos de acuerdo al criterio anteriormente descrito. Para ello, vamos a tomar unas longitudes concretas de pirámide iguales a

$$L_p = 200 \text{ mm}$$

y un número de muestras fijo $N_{mues} = 40$ (muestreo doble). Como ya se vio anteriormente, para estos parámetros el número de modos que permite llegar a cierto grado de convergencia es $N_m^{(in)} = 10$; $N_m^{(c)} = 640$. No obstante, para tener cierto margen, consideraremos unos valores ligeramente mayores:

$$N_m^{(in)} = 12; \quad N_m^{(c)} = 12 \cdot 64 = 768$$

Para dichos valores se obtiene la respuesta en reflexión de la figura 6.6, donde se compara con la obtenida mediante CST (dominio de la frecuencia y mallado tetraédrico). Como se puede comprobar, los criterios de convergencia elegidos proporcionan respuestas tendentes a las reales ($\delta = 0,038$ ⁸), entendiendo como reales a las asociadas a la estructura con pared piramidal lisa.

Si ahora mantenemos el número de muestras y de modos, y variamos la longitud de la pirámide, esto es, cambiamos las longitudes de cada muestra (longitudes de enlace de discontinuidades), se puede comprobar cómo un incremento de éstas produce una respuesta que sigue conservando la convergencia (Figura 6.7, $\delta = 0,026$) al necesitarse en este caso un número menor de modos de los tomados para la misma (apartado 4.3.4). Por el contrario, si decrementamos dichas longitudes, el número de modos empleado ya no es suficiente, por lo que la respuesta obtenida (figura 6.8, $\delta = 0,1249$) difiere de una forma clara de la real. La figura 6.9 muestra las estructuras de los tres ejemplos.

Hay que notar la gran sensibilidad del problema respecto al número de modos, pues las variaciones en las longitudes de las muestras en los casos de las figura 6.9 a y b no discrepan mucho una de la otra. Por ello, un análisis de convergencia como el efectuado en el capítulo 4 puede ser de gran utilidad a la hora de encontrar resultados aceptables para el problema completo que se plantea.

Tomando ahora como variable de convergencia el número de muestras (N_{mues}), en la siguiente tabla se muestra el error (δ) para varios valores del mismo y para las longitudes consideradas en las pirámides y en la región central.

N_{mues} (muestreo doble)	10	20	30	40	50
δ	0.147	0.074	0.042	0.028	0.022

⁸ δ : Error definido como en el apartado 4.3.1.

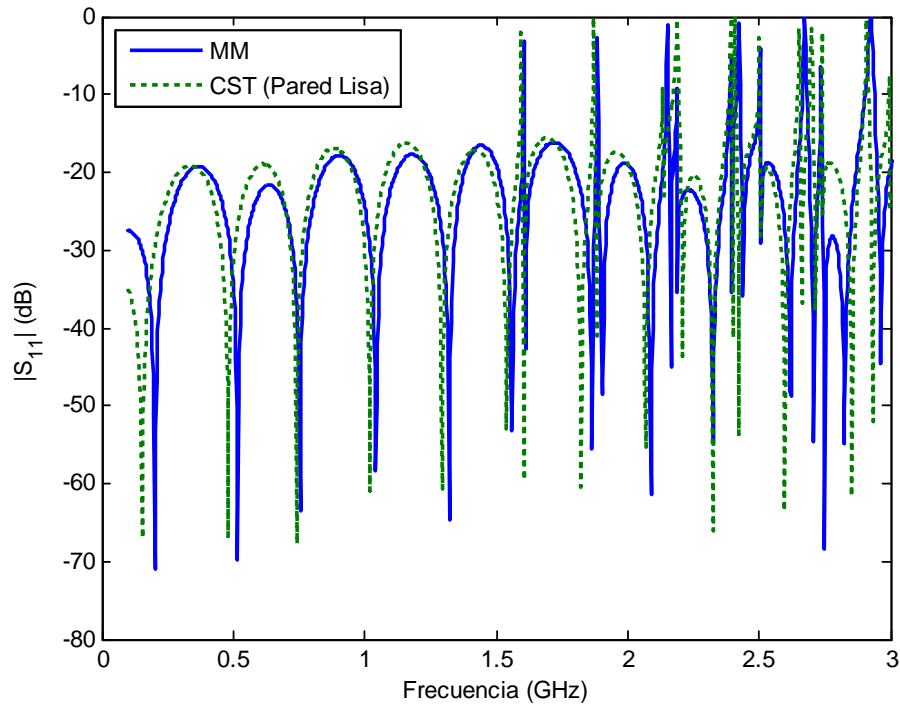


Figura 6.6: Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 200$ mm (figura 6.9 b).

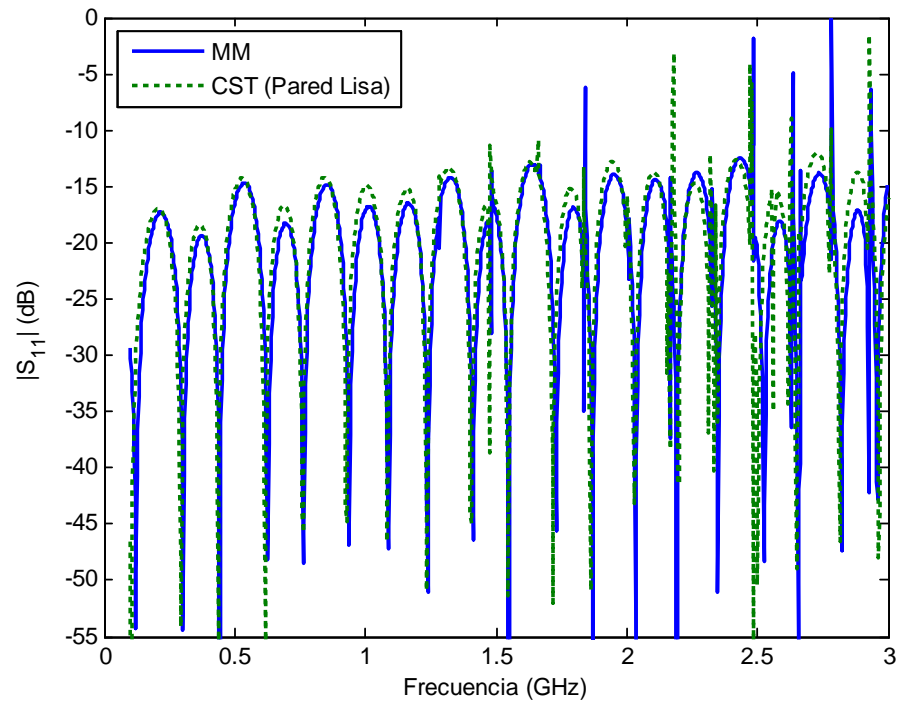


Figura 6.7: Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 400$ mm. (figura 6.9 a)

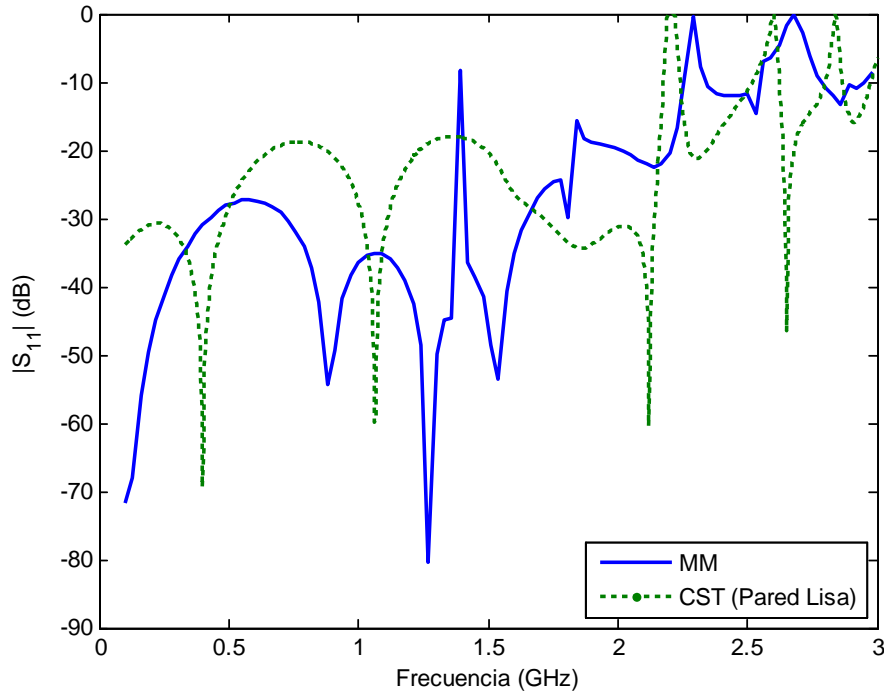


Figura 6.8: Coeficiente de reflexión del modo fundamental de la célula TEM. $L_c = 150$ mm, $L_p = 80$ mm. (figura 6.9 c)

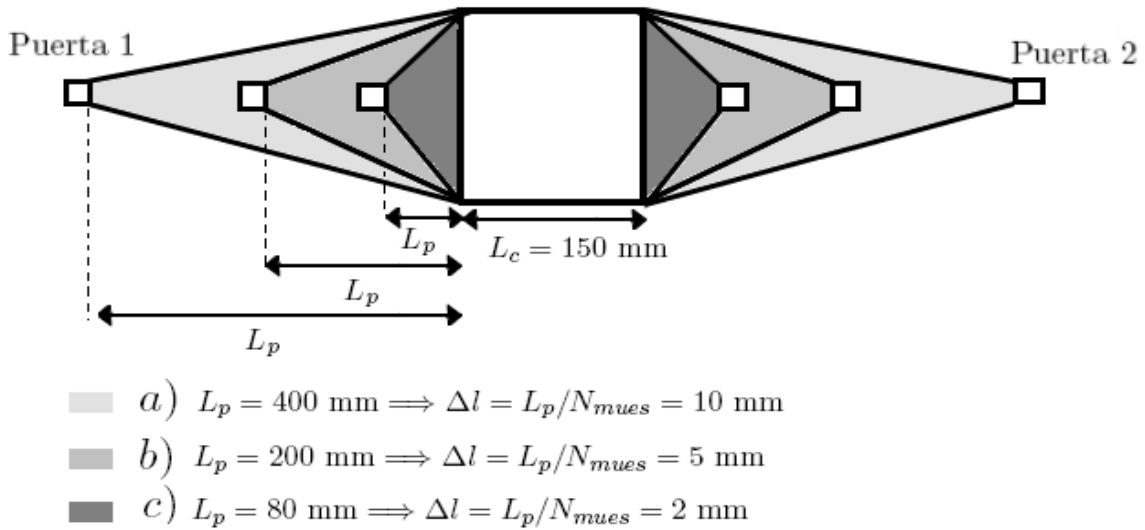


Figura 6.9: Corte del plano $x = 0$ para las tres longitudes de pirámides analizadas.

Como era de esperar, para una longitud fija L_p el error decrece conforme se incrementa el número de muestras, ya que en ese caso el perfil piramidal liso se representa cada vez mejor. No obstante, como ya se ha visto, un incremento en el número de muestras para una longitud fija L_p implica una reducción en las longitudes de las mismas, necesiéndose así un número de modos mayor en todas las regiones y por ende un tiempo de computación mayor. Por ello, para que el problema sea resoluble en un intervalo asumible de tiempo, a la hora de escoger unas determinadas dimensiones en las pirámides para analizar el problema resultante por ajuste modal, es necesario llegar a un compromiso a la hora de encontrar una relación entre la longitud de las mismas y el número de muestras ($\Delta l = L_p/N_{mues}$) que proporcione un número admisible de modos a emplear y que representen con fidelidad el perfil. Como ya hemos visto, para $L_p = 200$ mm y $N_{mues} = 40$ dicho compromiso se consigue, por lo que el análisis electromagnético que se va a realizar de la célula TEM simétrica estará asociado a estas dimensiones.

6.4. Estructura modal del campo. Análisis de los resultados

6.4.1. Comportamiento monomodo

Como ya se ha dicho, el ancho de banda monomodo de la célula lo determina la frecuencia de corte del primer modo superior que se genera en la región central. En la figura 6.10 se muestra la respuesta en frecuencia para el modo fundamental de la célula TEM considerada (según figura 6.9 b) donde se han remarcado las frecuencias de corte de los primeros modos generados:

$Modo_{par-par}$	f_c (GHz)
TE	1,18
TM	2,11
TE	2,41
TE	2,92
TM	3,38

Como puede comprobarse, en la banda monomodo se ha conseguido una adaptación mejor de 18 dB, lo que garantiza que en la región de interés el campo disponga de la mayor parte de la potencia incidente en la célula. Cabe recordar que para ésta, garantizando cierto nivel de campo, lo importante es la forma del mismo (pureza en su comportamiento plano), por lo que normalmente especificaciones de reflexión poco restrictivas son suficientes para este tipo de dispositivos.

En la respuesta se observa, además, un rizado típico (caracterizable) de un sistema simétrico como el considerado. En efecto, si descomponemos la estructura en dos a través del correspondiente plano de simetría $z = cte$ ($z = L_p + L_c/2$) y tenemos en cuenta únicamente el modo fundamental, el parámetro S_{11} de la unión de las dos semiestructuras resultantes (figura 6.12) se puede escribir como:

$$S_{11} = S_{11}^A + \frac{S_{12}^A S_{21}^B S_{22}^A}{1 + S_{11}^B S_{22}^A}$$

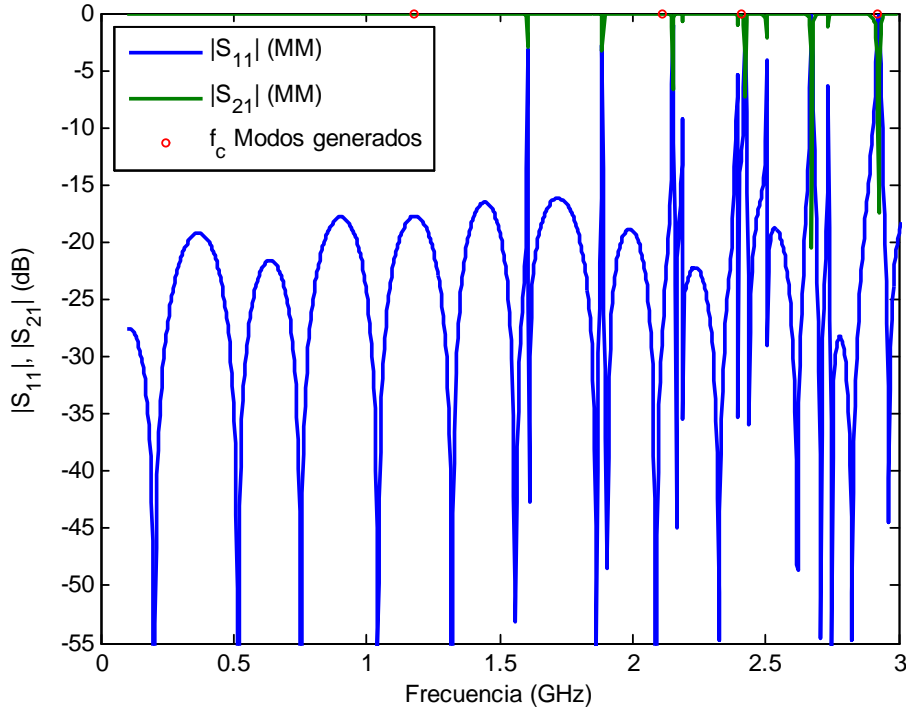


Figura 6.10: Respuesta en frecuencia para el modo fundamental de la célula TEM considerada ($L_p = 200$ mm, $L_c = 150$ mm)

Suponiendo $|S_{12}^A| \simeq 1$, $|S_{11}^A| \simeq |S_{22}^A| \simeq 0$, y debido a la simetría ($S_{12}^A = S_{21}^B$, $S_{22}^A = S_{11}^B$) tendríamos que:

$$S_{11} = S_{11}^A + e^{j2\phi_{12}^A} S_{22}^A = |S_{11}^A| e^{j\phi_{11}^A} + e^{j2\phi_{12}^A} |S_{11}^A| e^{j\phi_{22}^A} = |S_{11}^A| (e^{j\phi_{11}^A} + e^{j(2\phi_{12}^A + \phi_{22}^A)})$$

con lo que el valor de S_{11} se haría nulo (ceros del rizado) cuando el factor $(e^{j\phi_{11}^A} + e^{j(2\phi_{12}^A + \phi_{22}^A)})$ sea estrictamente nulo. La distribución de fases hace que esta condición se cumpla aproximadamente cuando ϕ_{22}^A tome los valores 0 o π , como puede verse en la figura 6.11.

En el capítulo 2 se presentó de forma cualitativa la estructura de campo del modo TEM en la región central para las células simétricas, de la que se dedujo la posible existencia de zonas relativamente amplias (región efectiva) de comportamiento plano en las mismas. Dichas regiones son características para cada caso dimensional, por lo que deben ser analizadas de forma particular. La figura 6.13 a muestra, para las dimensiones de la región central de la célula considerada, la distribución de campo eléctrico asociada al modo TEM. Como lo que interesa es la característica plana del mismo, habría que analizar en qué zonas de la región central podemos admitir dicho comportamiento, esto es, distribución uniforme del campo bajo la dependencia de una única variable coordenada y la transversalidad del mismo respecto de la dirección de propagación de la energía.

En nuestro caso, el TEM asegura la transversalidad respecto a la dirección de propagación, por lo que el interés se centra en estudiar cuáles son las zonas donde el campo es uniforme. En la figura 6.14 se muestra el campo eléctrico de dicho modo en la zona limitada del conductor interior (zona efectiva donde puede ser colocado el objeto bajo test) para diferentes alturas

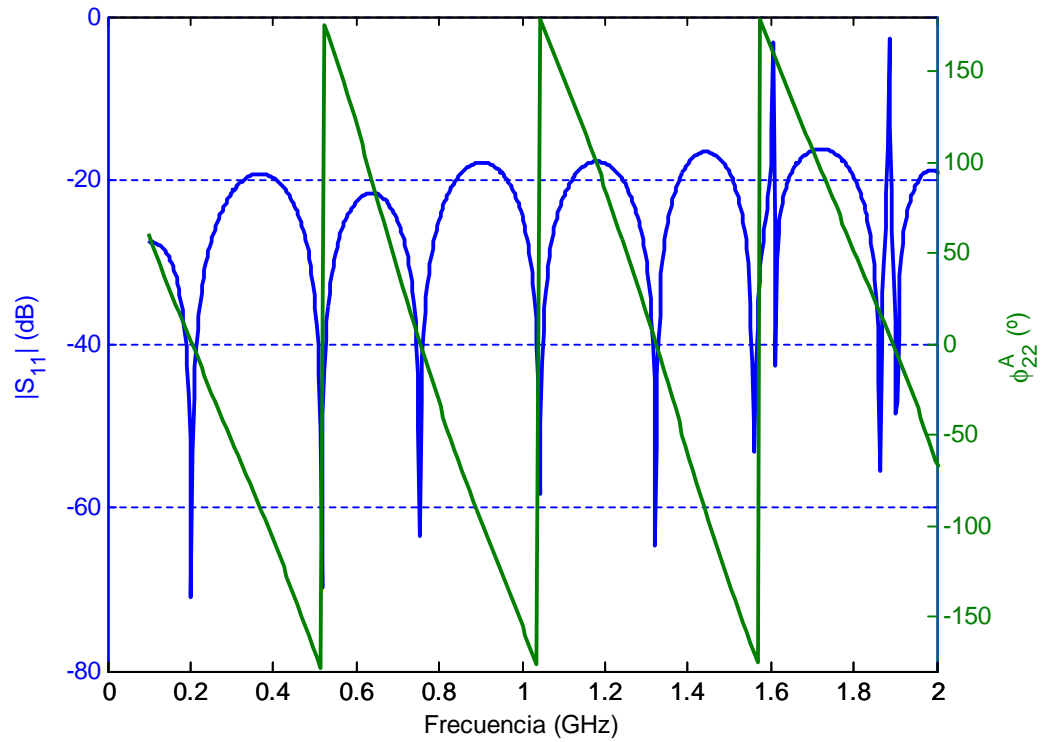


Figura 6.11: Módulo del coeficiente de reflexión de la célula TEM para el modo fundamental y fase de éste para la estructura mitad (A)

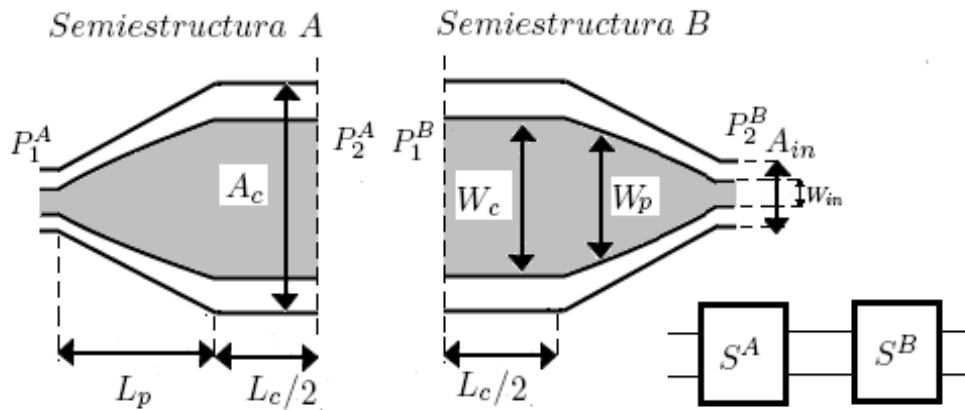


Figura 6.12: Descomposición de la célula en dos estructuras simétricas

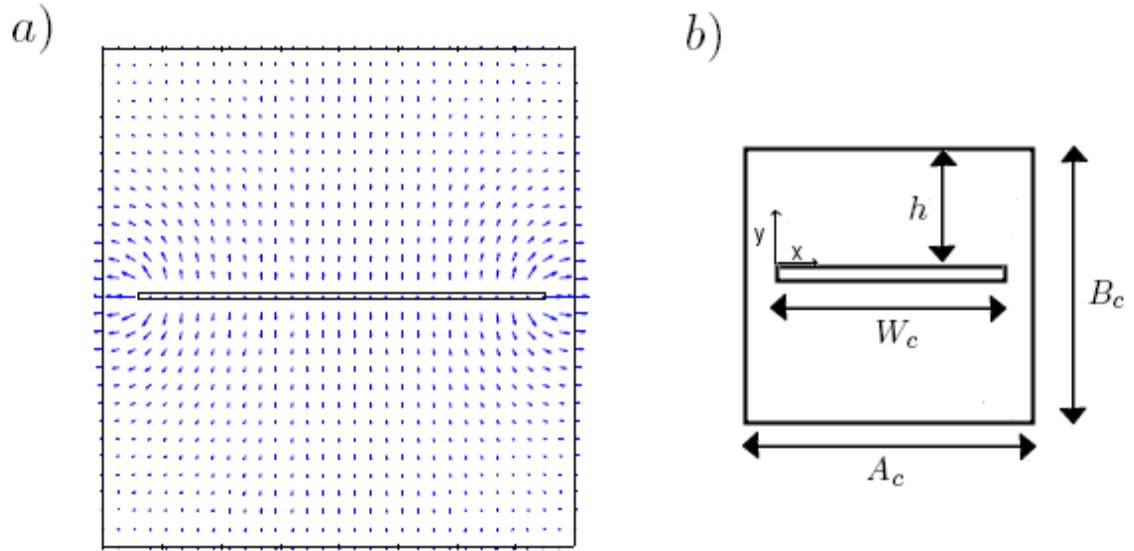


Figura 6.13: a) Distribución de campo eléctrico del modo TEM en la región central. b) Sección transversal de la región central de la célula TEM considerada ($A_c = B_c = 160 \text{ mm}$; $W_c = 131,2 \text{ mm}$, $T = 2 \text{ mm}$, $h = (B_c - T)/2$)

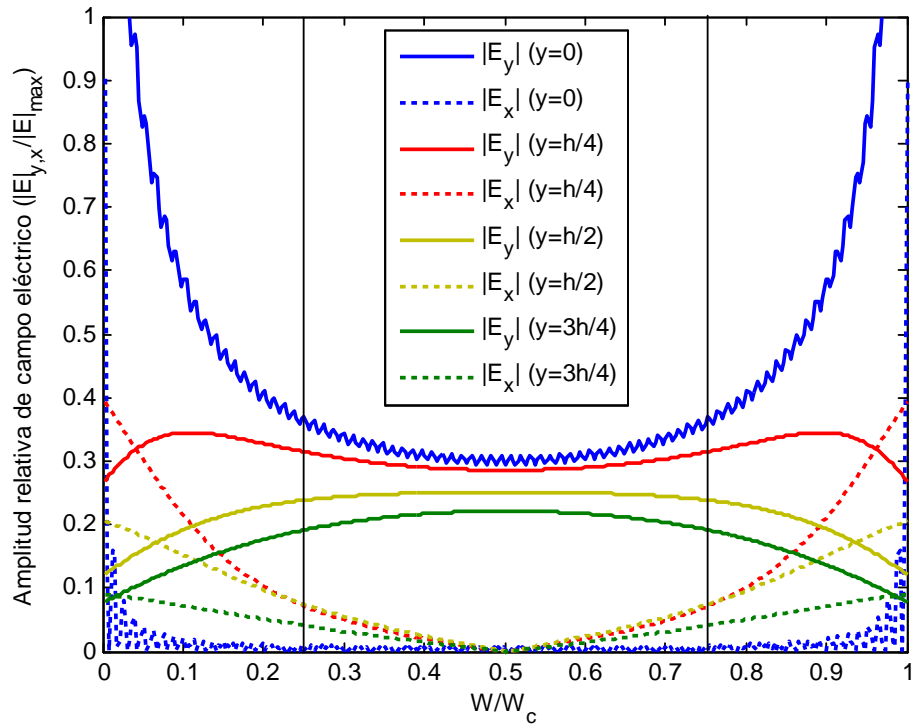


Figura 6.14: Amplitud relativa del campo eléctrico para el modo TEM en la zona limitada por el conductor interior (figura 6.13 b))

respecto de su superficie (figura 6.13 b). Encontramos una posible región uniforme de campo relativamente amplia con polarización lineal en y . Para ésta, resulta de interés definir un criterio que permita delimitarla; así, observando la figura 6.14, comprobamos que para una altura inferior a la cuarta parte de la región efectiva ($h/4$), el campo varía en módulo un máximo del 10 % respecto al existente en la superficie del conductor (máximo) para una variación de anchura que comprende la mitad del mismo. Bajo este criterio, la relación entre las componentes x e y cumplen siempre que $|E_y| \geq 4|E_x|$ por lo que, teniendo en cuenta que no hay que ser demasiado restrictivos a la hora de limitar dicha región para dotar a la célula de un rango de aplicación dimensional más amplio, los intervalos $0 < y < h/4$, $0,25W_c < x < 0,75W_c$ (según figura 6.13 b) pueden resultar un compromiso a la hora de conseguir buena uniformidad en un volumen relativamente amplio. Con respecto a la variación en longitud (variable z), el TEM aseguraría que la región efectiva comprendiese todo el rango de validez de la misma en la región central, no obstante, en ésta existen zonas próximas a las pirámides donde la presencia de modos al corte producidos por la misma es notable, ya que a ciertas longitudes aún no sido atenuados suficientemente. Estudiando la influencia de los mismos, se puede comprobar que las zonas donde éstos tienen influencia se limitan a un 3 % de la longitud de la región central a ambos lados de las pirámides (en nuestro caso, un total de 6 sobre 150 mm). Hay que mencionar que los criterios de elección de la región efectiva definidos no son para nada universales, ya que para unas dimensiones concretas variarán en función de la exigencia de uniformidad que una determinada aplicación imponga.

Por último, con respecto a las características planas del campo en células TEM simétricas, hay que mencionar que, debido al gran número de grados de libertad dimensional que hay en este tipo de dispositivos, es factible concebir previamente estructuras que consigan incrementar su región efectiva para un conjunto de aplicaciones, algo que ha sido objeto de numerosas aportaciones [29], [30].

6.4.2. Comportamiento multimodo

Cuando se empiezan a propagar modos superiores en la región central, el comportamiento plano del campo que se ha descrito anteriormente deja de ser efectivo. Si tenemos en cuenta modos superiores como los mostrados en la figura 3.16, es fácil comprobar que bajo esas circunstancias tanto la uniformidad como la transversalidad de los campos se ve alterada. Cómo de alterado sea el campo, dependerá tanto de la amplitud como de la fase con la que estos modos se generen en la estructura; de esta forma, para poder optar a un diseño con mayor ancho de banda que el monomodo, es necesario estudiar ciertos fenómenos asociados a éstos.

De esta forma, analizando la estructura desde un punto de vista cualitativo, es posible predecir un fenómeno que puede tornarse de gran importancia para su comportamiento: la existencia de diversas cavidades resonantes, cada una asociada a uno de los modo superiores que están presentes en el sistema.

En efecto, si consideramos un determinado modo superior propagándose en la región central en las direcciones $\pm z$ y cuya frecuencia de corte en las entradas sea mayor que la frecuencia de trabajo, las cavidades surgen cuando el modo llega a una zona de las pirámides adaptativas donde no puede propagarse debido a que se halla en un punto de las mismas donde su frecuencia de corte es mayor que la frecuencia de trabajo. En esas circunstancias, el modo se encuentra ante un comportamiento reactivo puro (su impedancia se hace imaginaria pura) que, a ciertas frecuencias, puede producir una resonancia en la estructura, entendiendo a ésta como el fenómeno en el que se los efectos reactivos desaparecen, o lo que es lo mismo, las energías eléctrica y magnética media almacenadas por los campos se equiparan. Hay que tener en cuenta que este fenómeno no se da de forma pura (factor Q infinito), ya que un

determinado modo genera otros que sí puedan propagarse hacia las guías de entrada (el TEM siempre) o que no cumplan con la condición de resonancia en la cavidad. Como se verá, este comportamiento puede modelarse como una pérdida de potencia en el resonador, lo que permite que la estructura pueda ser tratada para cada resonancia como un sistema con Q finito.

En nuestro ejemplo, observando la figura 6.10, se pueden comprobar los efectos de las resonancias como picos en el coeficiente de reflexión. Las frecuencias a las que éstos se producen dependen de cada modo en particular y de las dimensiones de la región central y de las pirámides de adaptación. Por ello, no es factible llegar a una fórmula universal que nos indique los valores de las mismas para una geometría arbitraria, aunque mediante la determinación empírica de ciertas longitudes efectivas ligadas a los modos, diversos estudios realizados consiguen llegar a fórmulas aproximadas, generalizables a algunos tipos de geometrías de baja frecuencia, para las primeras resonancias [31], [32]. No obstante, dichas fórmulas no son para nada aplicables para una estructura como la considerada, por lo que las resonancias deben ser determinadas en este caso mediante estrategias numéricas. La respuesta en frecuencia del sistema (figura 6.10), calculada mediante ajuste modal, permite caracterizar dichos valores.

La identificación de estos valores en sí carece de interés; lo realmente interesante es tener la capacidad de asociar cada una de esas frecuencias a un modo y sobre todo saber qué ocurre con el comportamiento de los campos en ellas y en sus proximidades. Si somos capaces de ligar estas frecuencias a unas determinadas estructuras de campo, podrían idearse sistemas que permitiesen eliminar estos fenómenos y que tuviesen un rango de aplicación dimensional más general.

a) Identificación de las resonancias

Para identificar los valores y los modos ligados a las resonancias, aprovechamos la simetría del problema dividiendo éste en dos estructuras a través de su plano de simetría longitudinal (figura 6.12). Si suponemos que trabajamos a una frecuencia que se encuentre en el ancho de banda limitado por el primer modo superior que se genera en las puertas del sistema, para un determinado modo habría que buscar las frecuencias que hagan que la impedancia vista por éste desde el plano de simetría, para uno de los semiproblemas resultantes de la división, se anule o se haga infinita (figura 6.15). Empleando la estrategia de ajuste modal, podemos encontrar dichas situaciones analizando las frecuencias para las que los valores del coeficiente de reflexión propio del modo para dicho semiproblema tomen un valor igual a ± 1 . En principio, suponiendo que la interacción modal es muy reducida, al estar trabajando en frecuencias dentro de la banda limitada por el primer modo superior generado en las puertas de la estructura, el coeficiente de reflexión de un determinado modo tendrá módulo muy cercano a la unidad, ya que éste no puede transmitirse a la entrada (puerta 1, según figura 6.15). Así, habría que buscar los valores de frecuencias para los que las fases se hagan 0 o π .

Las figuras 6.16, 6.17, 6.18 muestran las fases de los coeficientes de reflexión propios de los tres primeros modos superiores que se generan de uno de los semiproblemas resultantes (semiproblema A) en el plano de simetría ($S_{22_{\text{modosup } i, \text{modosup } i}}^A$), en comparación con la reflexión en las entradas para la célula completa. Se puede comprobar cómo las resonancias se producen para las frecuencias en que las fases de $S_{22_{ii}}^A$ ($\phi_{22_{ii}}^A$) toman los valores mencionados 0 o π . Además, vemos que es posible determinar un periodo a las mismas para un determinado modo, ya que las fases asociadas al mismo son periódicas (dicho periodo es característico para cada modo y para unas dimensiones concretas). Así, la caracterización de los valores de éstas se hace más efectiva, ya que su determinación mediante una respuesta como la de la figura 6.10 depende del número de muestras de frecuencias utilizado.

Hay que tener en cuenta que mediante un procedimiento de caracterización como el anterior es factible encontrar las frecuencias de resonancia de todos los modos que pueden existir en

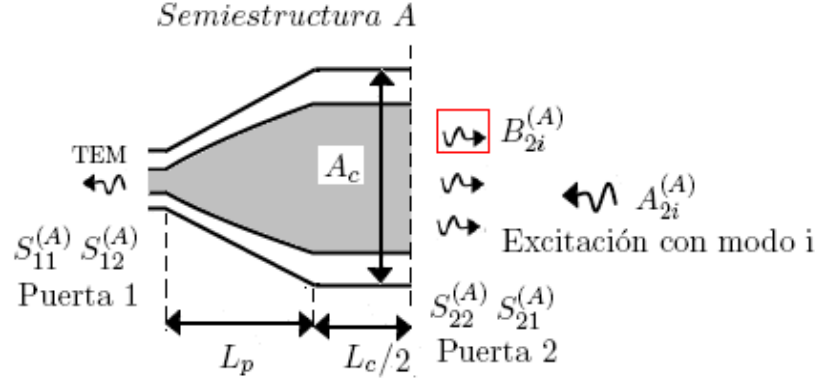


Figura 6.15: Semiproblema resultante de la descomposición de la célula TEM a través de su plano de simetría

Modo	f_c^{10} (GHz)	f_{res} (GHz)				
TE	1,18	1,606	1,885	2,152	2,425	2,674
TM	2,11	2,188	2,395	3,133	3,142	3,277
TE	2,41	2,503	2,737	3,031	3,595	3,874

Tabla 6.1: Frecuencias de resonancia de los tres primeros modos superiores que se generan en la célula TEM considerada

la estructura, esto es, tanto de los modos que se generan como de los que no. No obstante, el hecho de no analizar estos últimos se debe a que su incidencia en el coeficiente de reflexión del sistema (reflexión del TEM) es nula debido a que éstos no se generan a partir de dicha excitación ⁹.

Como casos especiales, ha de comentarse que, examinando las figuras 6.16, 6.17, 6.18 y de acuerdo con lo dicho, la primera frecuencia de resonancia debería producirse en 1.32 GHz, algo que no ocurre debido a que dicho valor coincide con uno de los ceros de reflexión de la estructura completa para el modo fundamental, al igual que ocurre con la frecuencia 2.66 GHz asociada al segundo modo superior (las fases de S_{11} y S_{22}^A coinciden en dicha frecuencia, ver figura 6.19).

Tal y como ya se ha explicado, el fenómeno de resonancia no es estrictamente puro debido a que un determinado modo que se propaga en la región central (generado a través del TEM que se excita) genera a su vez todos los demás modos de la estructura tras la incidencia en las pirámides de adaptación. Dicho fenómeno se puede divisar en los módulos del coeficiente de reflexión propio de los modos, mostrados en la figura 6.20, donde se observa que para las frecuencias más altas de la banda analizada el valor de los mismos decae de la unidad, lo que se traduce en un aumento del ancho de banda relativo asociado al pico de resonancia del modo (ver las figuras 6.16, 6.17, 6.18). Es por ello que es factible asociar a este fenómeno el típico comportamiento de estructura resonante con un factor Q finito que represente las pérdidas (interacciones modales) y que esté íntimamente relacionado con la banda relativa de la campana de resonancia, algo que podría tener su aplicación a la hora de modelar la estructura mediante un equivalente circuital. La tabla 6.1 muestra las primeras frecuencias de resonancia obtenidas para los tres primeros modos superiores que se generan en la estructura.

⁹Esto sólo se garantiza en la célula vacía (ver capítulo 8)

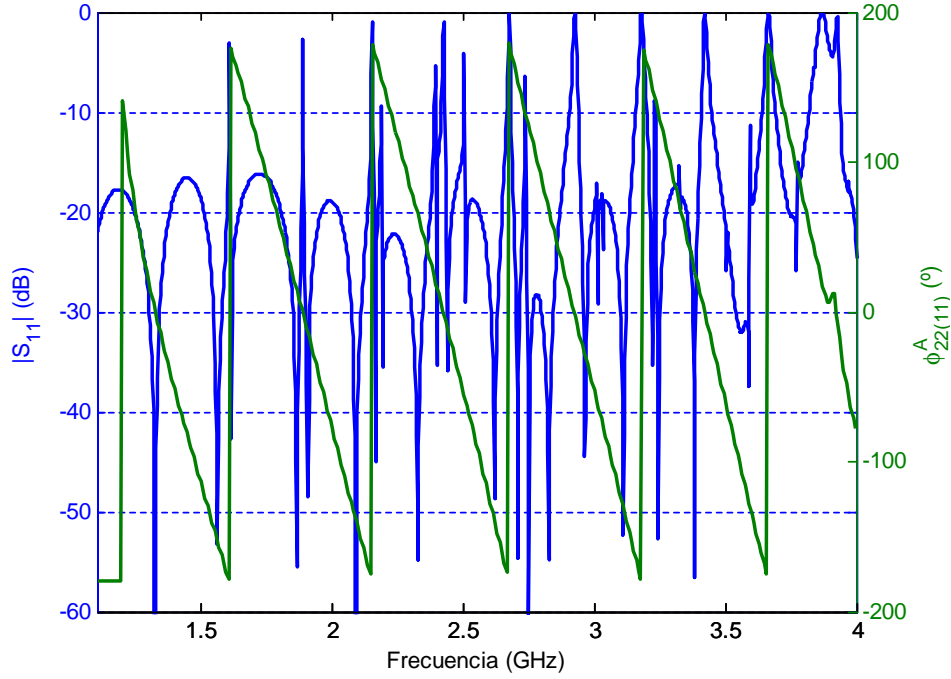


Figura 6.16: Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del primer modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).

Además de la asociación de una determinada resonancia a un modo, el ajuste modal nos permite conocer bajo qué circunstancias éstas tienen eco en la reflexión de la estructura, es decir, bajo qué circunstancias los modos resonantes son mejor o peor excitados, algo que se torna de interés de cara a un proceso de síntesis. En primera instancia, parece sensato admitir que éstos se excitarán de una forma más efectiva si el modo asociado se genera con una amplitud considerable en la región central tras el paso de la excitación TEM por las pirámides de adaptación. Estudiando los parámetros S correspondientes a dicho comportamiento, esto es, los cruces del TEM con los modos superiores en transmisión en la subestructura A ($S_{21}^A(\text{modosup}, \text{TEM})$, figura 6.21) comprobamos que en efecto la aparición de resonancias depende de la amplitud de los modos asociados que se generan a partir del TEM. El primer modo superior se genera con una amplitud mayor conforme se incrementa la frecuencia, observándose este efecto en la respuesta en frecuencia, donde los primeros picos de resonancia de este modo, con un Q tendente a infinito, se encuentran más bajos que el resto de su familia. El segundo y tercer modo superior se generan con menor amplitud conforme la frecuencia aumenta (salvo el pico en 3.9 GHz para el tercer modo), lo que produce que a frecuencias altas se encuentren picos muy bajos en la reflexión (imperceptibles para el segundo modo superior cuya atenuación es más alta). Hay que tener en cuenta que el parámetro S_{21}^A no es el que proporciona la amplitud de los modos en la región central, ya que ésta depende tanto de este parámetro como de los asociados al otro semiproblema (de hecho las resonancias se producen por la combinación de ambos semiproblemas, A y B), no obstante, ofrece una buena información acerca de qué se puede esperar de las amplitudes de los modos que se generan, lo que es útil para describir el comportamiento completo del sistema.

Como se ha dicho, el hecho de que el factor determinante a la hora de que se produzcan resonancias sea la amplitud con la que se generan los modos superiores en la pirámide hace

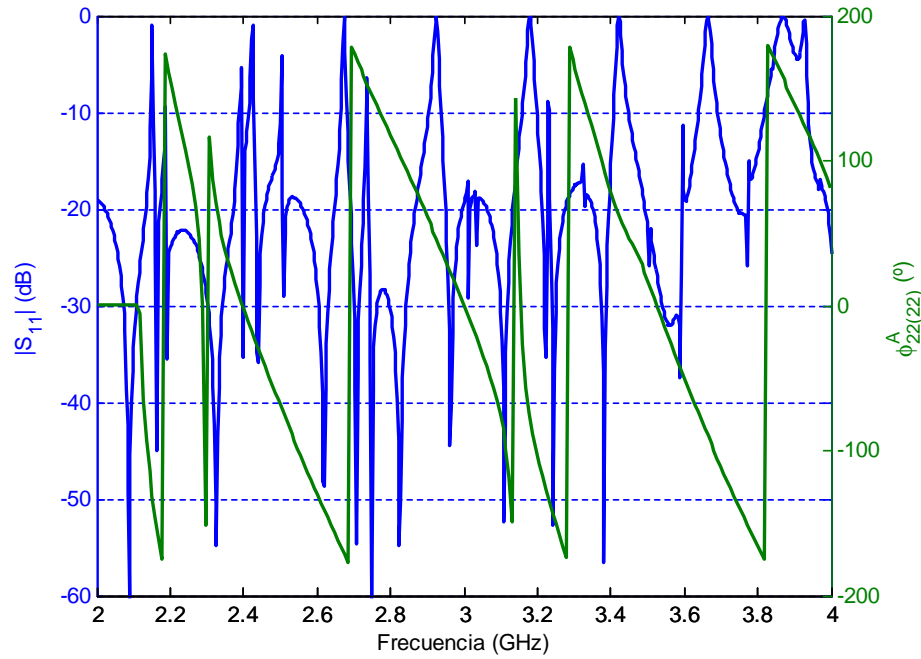


Figura 6.17: Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del segundo modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).

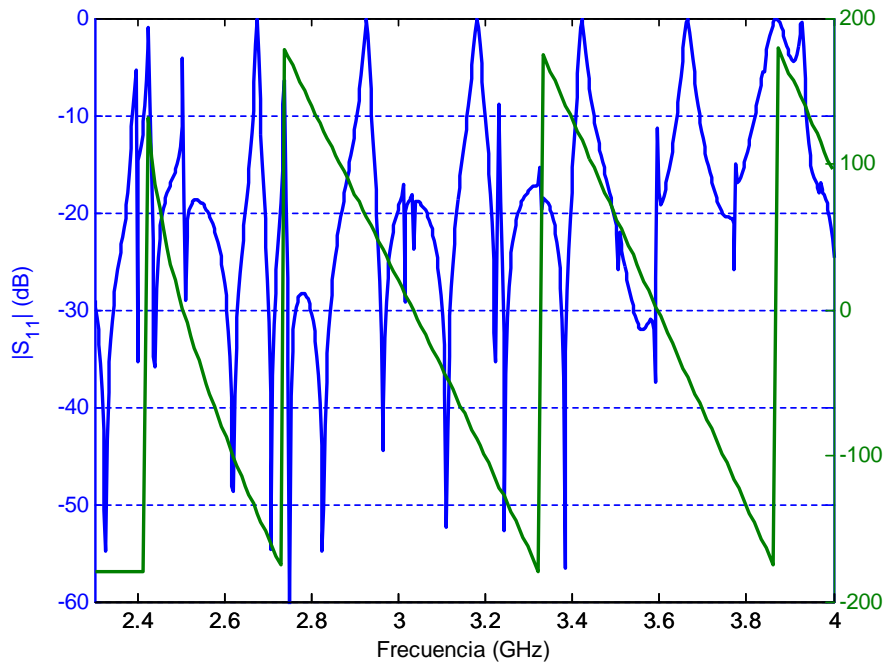


Figura 6.18: Módulo del coeficiente de reflexión en la entrada de la célula TEM considerada junto a la fase del coeficiente de reflexión propio del tercer modo superior que se genera en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15).

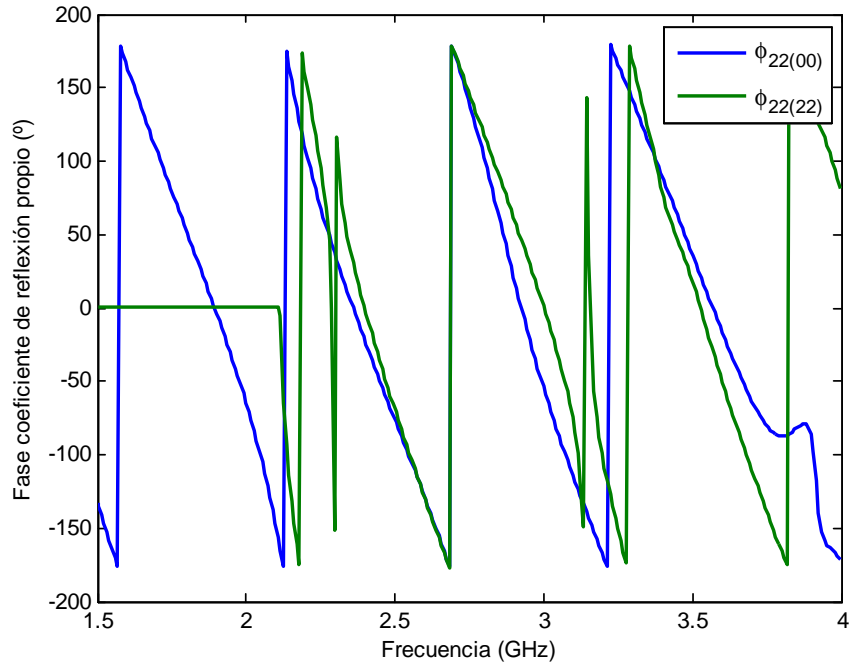


Figura 6.19: Fases del coeficiente de reflexión propio de los modos fundamental y segundo superior en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15)

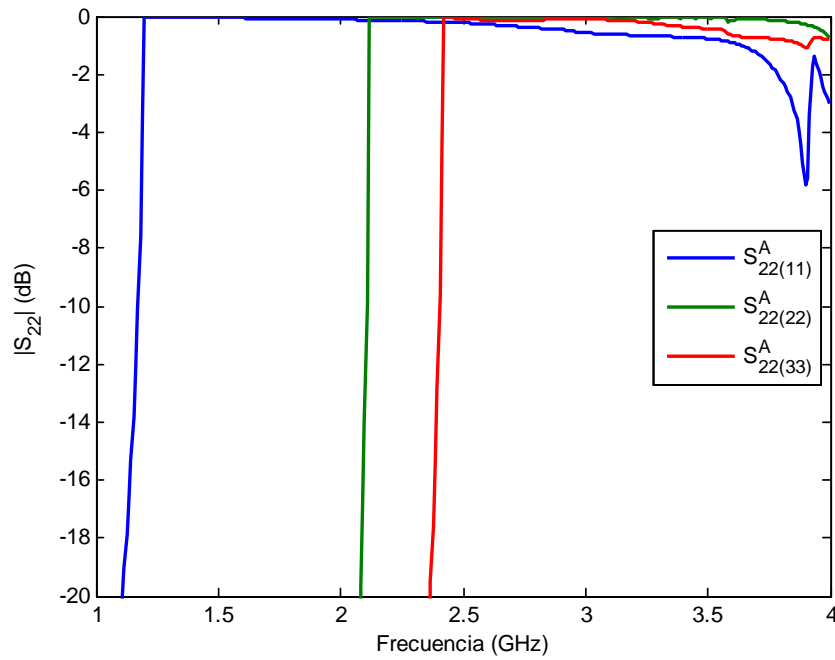


Figura 6.20: Módulos de los coeficientes de reflexión propios de los tres primeros modos superiores en la región central del semiproblema A (Figura 6.15).

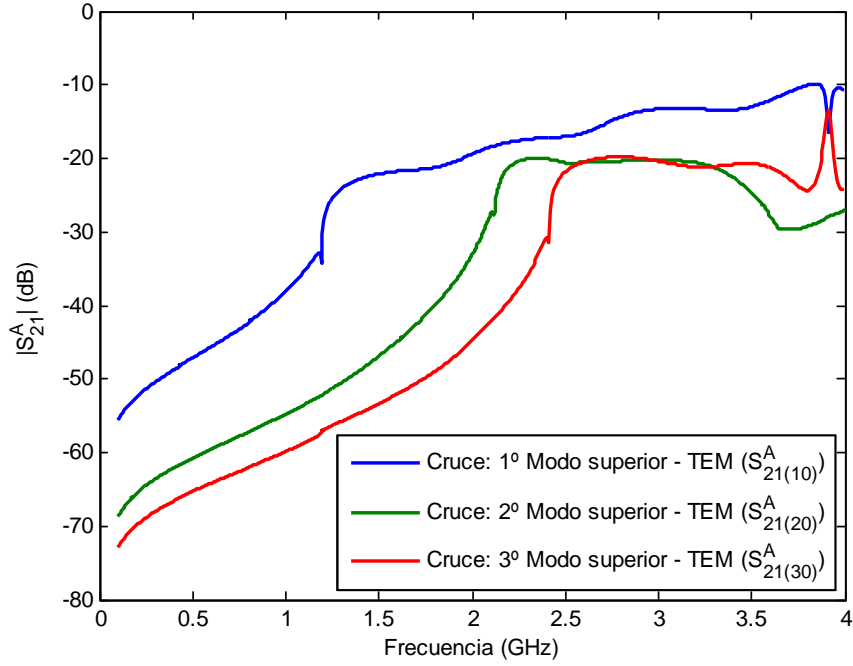


Figura 6.21: Coeficiente de transmisión entre el TEM y los tres primeros modos superiores que se generan para el semiproblema A (Figura 6.15).

que una buena estrategia de pre-diseño sea sintetizar éstas lo más suaves posibles, ya que así se garantiza un mejor comportamiento en cuanto a generación de modos superiores. Como ejemplo, vamos a suponer un incremento en la longitud de las pirámides empleadas tal y como se especifica en la figura 6.9 a). Éste, manteniendo fijas las dimensiones de las regiones central y de las puertas, producirá los siguientes efectos:

- Reducción del período de las fases en los parámetros S, lo que produce más lóbulos de rizado en la banda monomodo y un acercamiento de todas las frecuencias de resonancia de los modos a su frecuencia de corte (ver figura 6.7).
- El perfil más suave supone un mejor comportamiento en cuanto a generación de modos superiores (ver figura 6.22, homóloga a la figura 6.21 para la longitud de pirámide $L_p = 400$ mm) a partir del TEM incidente, lo que implica peores excitaciones de los modos resonantes (picos más bajos), además de una mejora en la generación de otros modos a partir de uno cualquiera que se propague en la región central, lo que produce factores Q más altos (picos más estrechos, ver figura 6.7).

b) Comportamiento de los campos

Para analizar el comportamiento de los campos en la estructura vamos a considerar únicamente la zona efectiva de la región central, según la figura 6.13 b):

$$\begin{aligned} 0 < y < h/4 \\ 0,25W_c < x < 0,75W_c \\ z \in (L_p, L_p + L_c) \end{aligned}$$

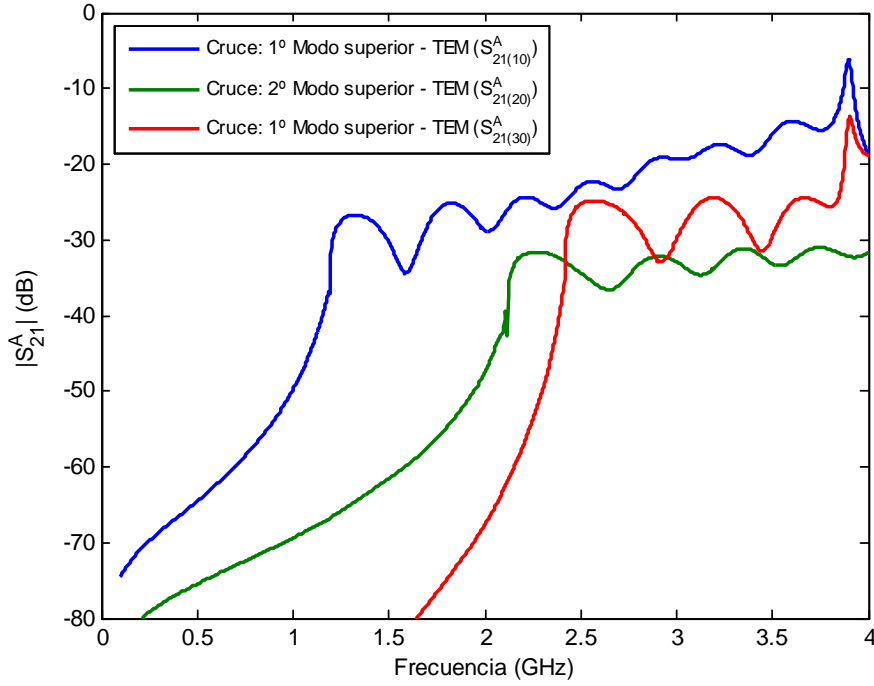


Figura 6.22: Coeficiente de transmisión entre el TEM y los tres primeros modos superiores que se generan para el semiproblema A (Figura 6.15), para el caso del alargamiento de la pirámide considerado ($L_p = 400$ mm)

Para ésta, con el fin de obtener información relevante, vamos a representar el campo electromagnético en un punto donde estén presentes todas las componentes de los campos. De esta forma quedan descartados los plano $y = 0$, $x = 0$ y $z = L_p + L_c/2$, ya que las simetrías asociadas a los mismos hacen que ciertas componentes del campo electromagnético se anulen en ellos. Por ello, el punto considerado va a ser:

$$x = 0,35W_c, \quad y = h/4, \quad z = L_p + L_c/4$$

Las figuras 6.23, 6.24 muestran los módulos de las componentes del campo eléctrico y magnético en función de la frecuencia para el punto considerado de la región efectiva. Como puede comprobarse, el campo en la banda monomodo (0-1.18 GHz) tiene un comportamiento que puede considerarse plano bajo los criterios ya comentados. En la banda multimodo, dicho comportamiento permanece razonablemente invariante hasta producirse la primera resonancia (banda de 1,18-1,606 GHz), ya que aunque pueda propagarse el primer modo superior, la amplitud generada para éste es aún pequeña (ver figura 6.21). En la primera resonancia ($f_{r1} = 1,606$ GHz) o más concretamente en sus proximidades (ya que el campo en la misma tiende a hacerse infinito ¹¹), el modo superior asociado se hace dominante haciendo que la distribución de campo sea tendente a la del mismo, pudiéndose apreciar la aparición de componente longitudinal en el campo magnético (ya que el modo que la genera es TE) y un campo transversal no uniforme que hace que a esta frecuencia la célula pierda el comportamiento plano deseado y que por ende, en ella, no pueda ser empleada. Este comportamiento puede también deducirse de las figuras 6.25, 6.26, donde se muestran los módulos de los coeficientes de cada uno de los modos en la región central para las frecuencias de la banda multimodo

¹¹Infinito si la resonancia tiene Q infinito

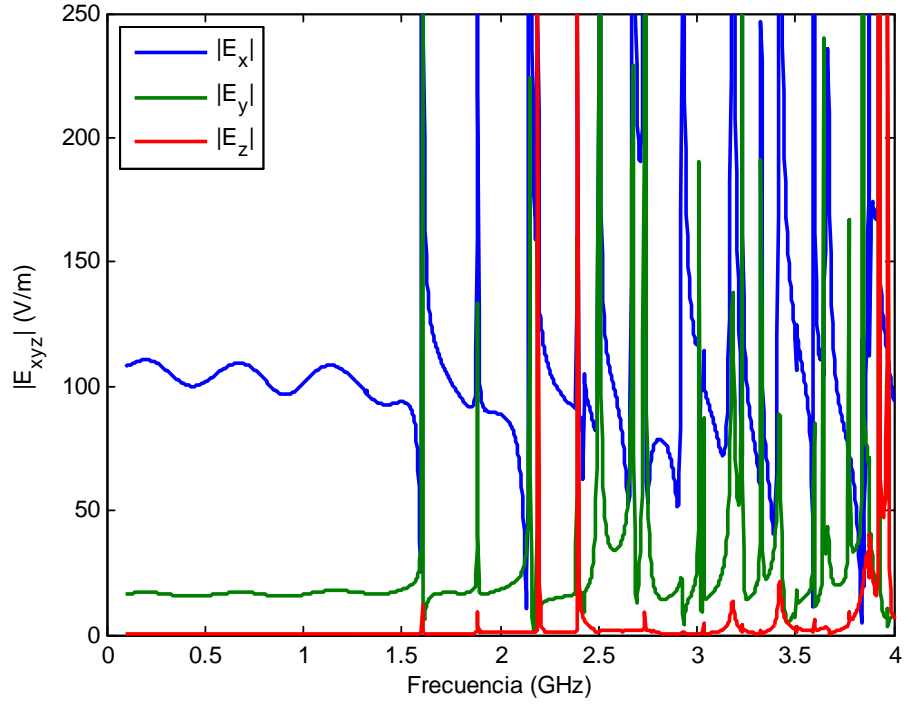


Figura 6.23: Campo eléctrico en la región central de la célula considerada. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)

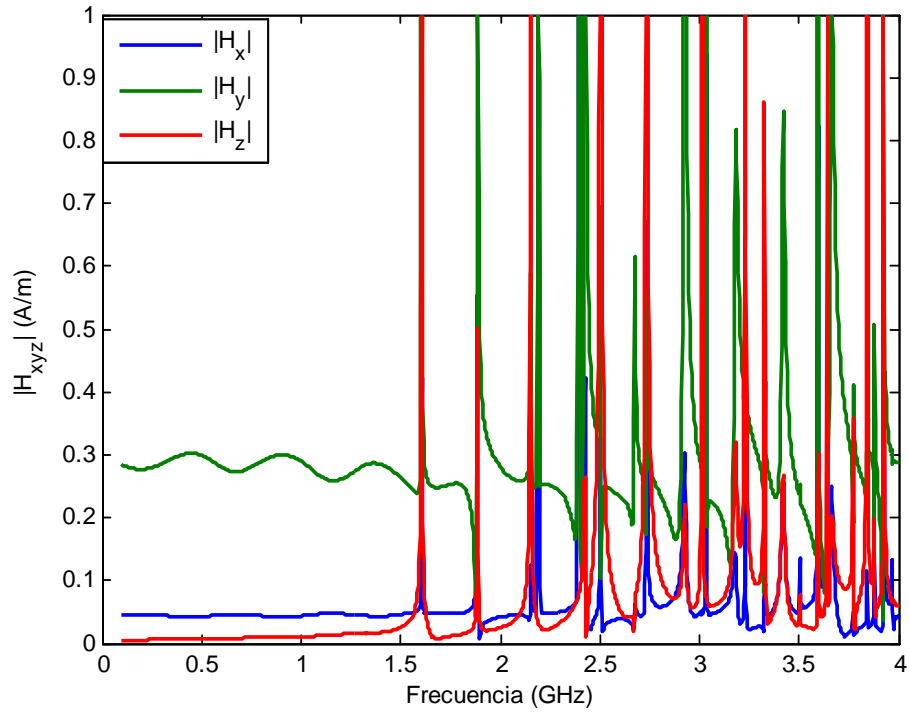
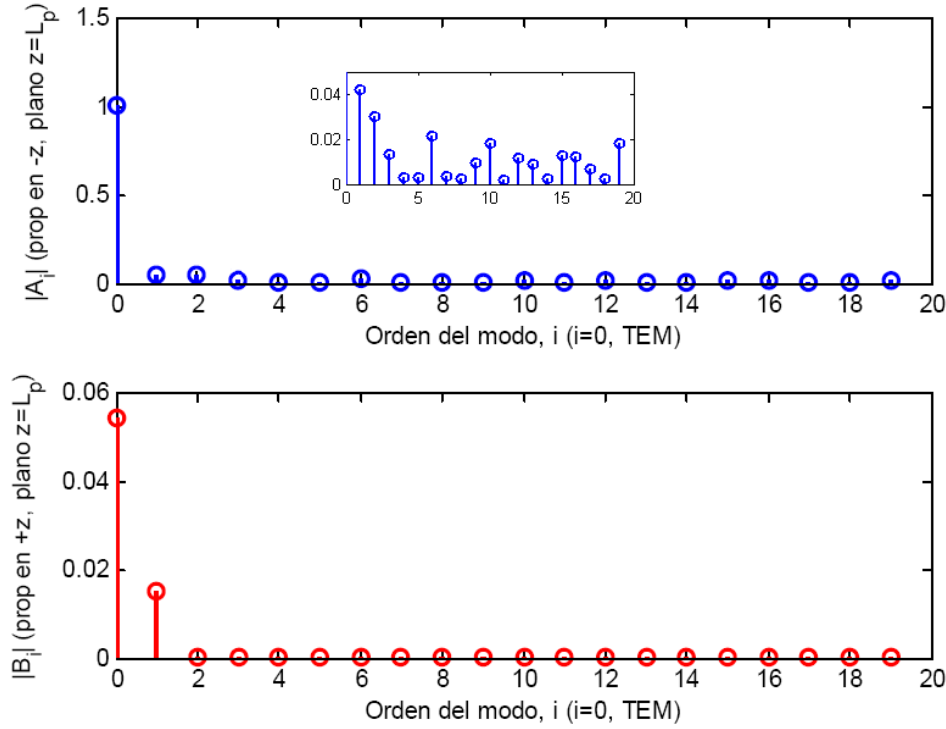


Figura 6.24: Campo magnético en la región central de la célula considerada. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)


 Figura 6.25: Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = 1,3$ GHz

1,3 GHz y la primera frecuencia de resonancia.

Tras la primera resonancia, y hasta la segunda ($f_{r2} = 1,885$ GHz), se puede observar que el campo vuelve a tener un comportamiento presumiblemente plano, pues aún el primer modo superior se genera con amplitud relativamente pequeña. A partir de esta última, dicha amplitud se hace cada vez mayor conforme aumenta la frecuencia (figura 6.21), haciendo que la distribución del campo pierda definitivamente la condición plana aun estando alejados de alguna de las resonancias ligadas al modo. En las figuras 6.27, 6.28 se presentan, para la región central, los coeficientes asociados a los modos a las frecuencias 2,188 y 2,80 GHz. Para la primera, que corresponde con una resonancia del segundo modo superior generado, se observa la aportación de este último al campo, para la segunda, se puede comprobar que aun lejos de una resonancia, la contribución al campo de los primeros modos superiores es ya bastante notable.

Como consecuencia de lo anterior, se podría afirmar que en nuestro caso la banda de utilización de la célula es superior a la monomodo, y que ésta, salvo en las propias frecuencias de resonancia, podría extenderse casi al doble de la que en principio sería considerada, como consecuencia de una generación de amplitud modal como la de la figura 6.21.

La afirmación anterior es difícilmente generalizable a cualquier tipo de célula ya que como se ha visto, la aparición de resonancias depende de las dimensiones concretas de las pirámides de adaptación, haciendo que a priori, conociendo sólo las dimensiones para la región central, sólo pueda asegurarse que éstas se producen a frecuencias mayores de la de corte del primer modo superior generado. Lo que sí es generalizable a cualquier tipo de célula es que las resonancias, y en definitiva la aparición de modos que distorsionan el comportamiento plano del campo, dependen de forma clara de la amplitud con la que éstos se generan a través del paso del TEM por las pirámides de adaptación. Por ello, la estrategia de suavización del perfil de las mismas resulta efectiva para conseguir una banda más ancha en todos los casos,

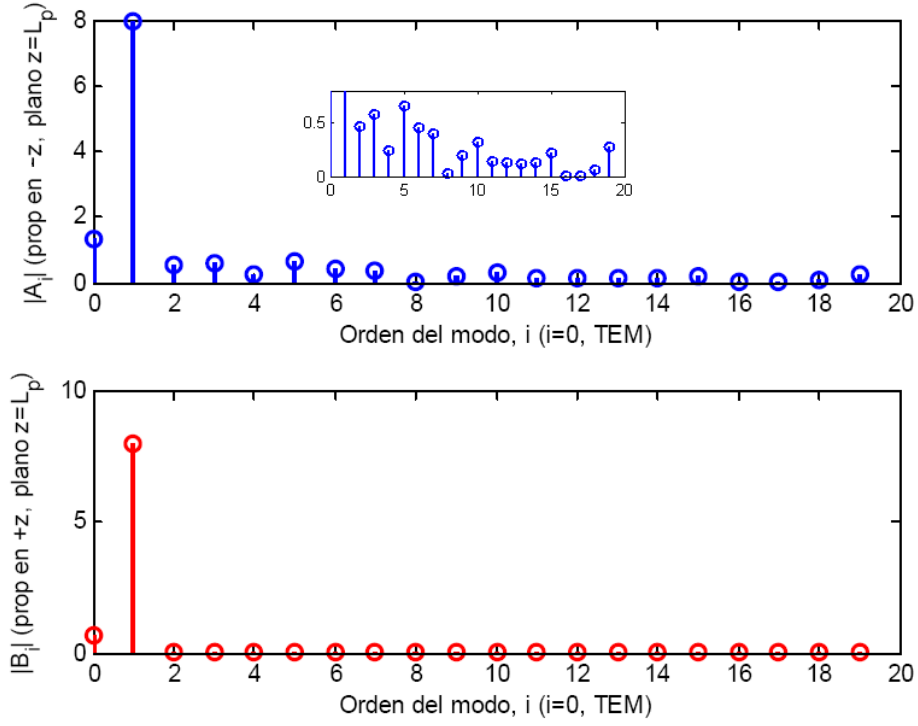


Figura 6.26: Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = f_{r1} = 1,606$ GHz

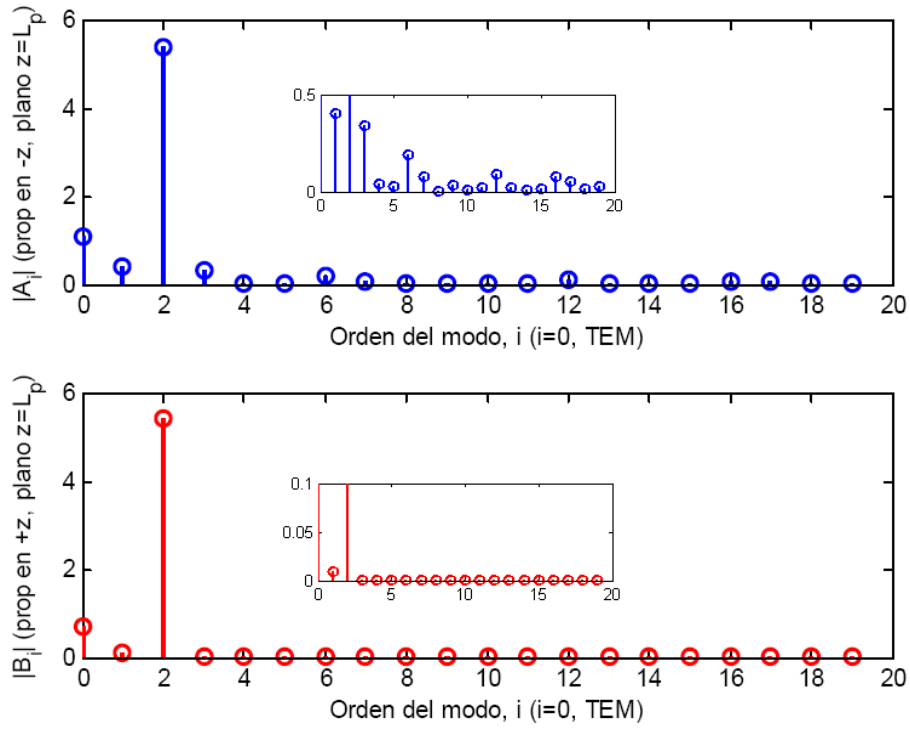
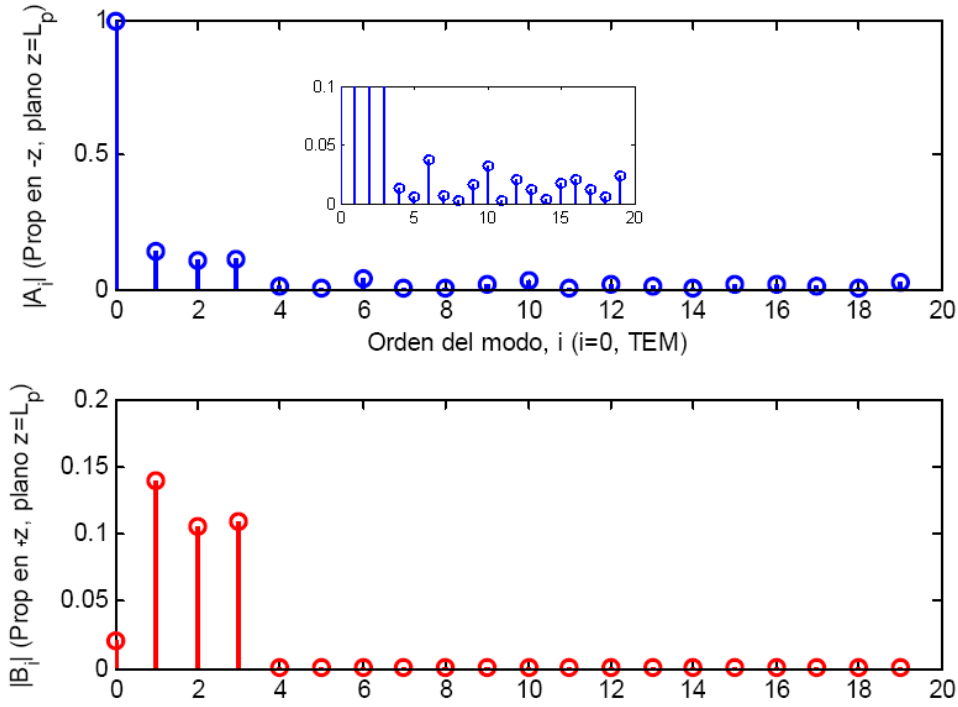


Figura 6.27: Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = f_{r4} = 2,188$ GHz


 Figura 6.28: Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$). $f = 2,8$ GHz

y por ende, una buena estrategia de pre-diseño. Las figuras 6.29, 6.30 muestra el valor de los campos para el caso de suavización emprendido anteriormente ($L_p = 400$ mm); en ellas se puede comprobar lo que se preveía tras el estudio de la respuesta asociada (figura 6.7), esto es, la mejora sustancial del comportamiento plano del campo para regiones espectrales más amplias dentro de la banda multimodo con respecto a las de la célula de pirámide corta, aumentándose la banda de utilización en este caso hasta los 2,4 GHz (salvo en las frecuencias de resonancia)

Debido a que el aumento de las longitudes de las pirámides proporciona tamaños elevados en las células (lo que supone una desventaja en cuanto a espacio y portabilidad), el aumento de banda en las mismas ha de efectuarse mediante otro tipo de procedimientos:

- Técnicas de supresión modal y/o de optimización que, junto con una información modal como la deducida anteriormente, permitan alcanzar estructuras de adaptación relativamente cortas que generen amplitudes pequeñas para aquellos modos superiores que tengan una influencia mayor [3], [33].

- Abolición de una de las pirámides, quedando una estructura compuesta sólo por una de ellas (pirámide suave) y la región central.

Para este tipo de estructuras, la desventaja sería la necesidad de la utilización de material absorbente en la región central para simular condiciones de adaptación para todos los modos a todas las frecuencias.

- Abolición de una de las pirámides y de la región central, reduciéndose la estructura a una sola de las pirámides, también suave.

Este procedimiento ha sido el más estándar, y la estructura resultante corresponde con las células GTEM que se introdujeron en el capítulo 2 y que serán estudiadas en el

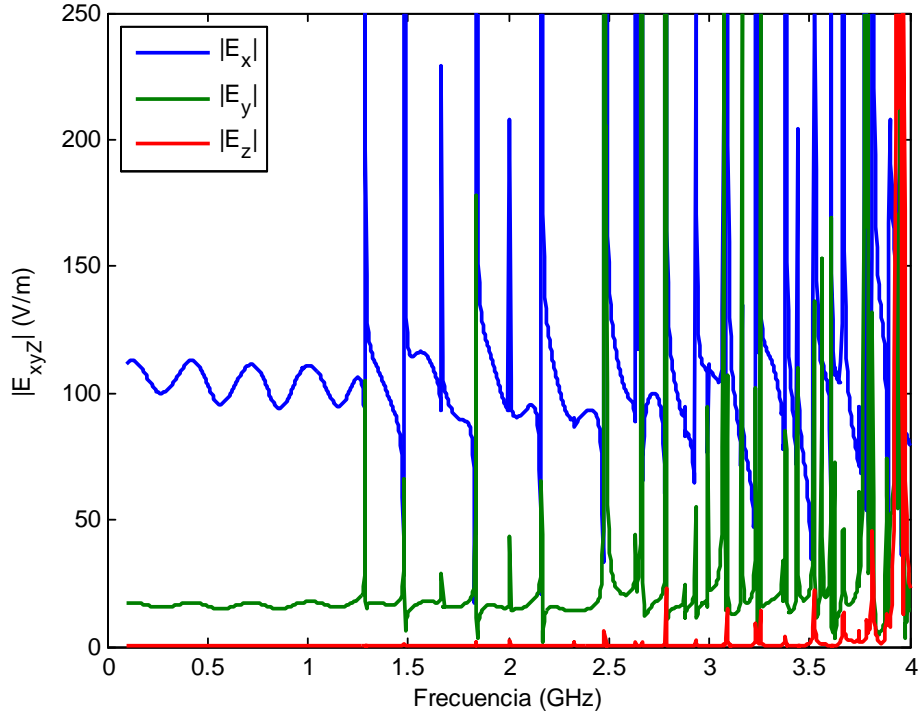


Figura 6.29: Campo eléctrico en la región central para el alargamiento piramidal considerado $L_p = 400$ mm. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)

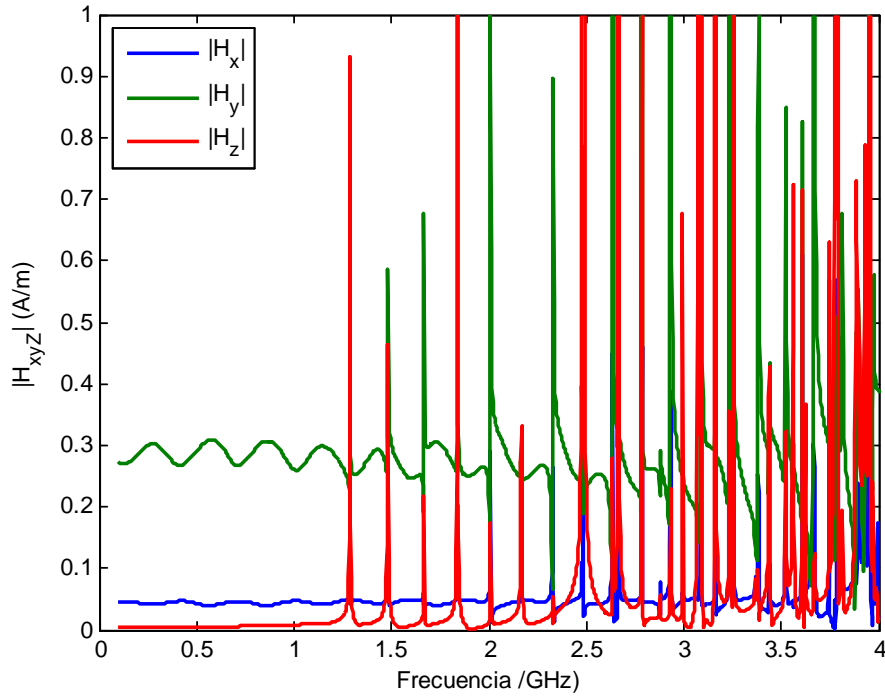


Figura 6.30: Campo magnético en la región central para el alargamiento piramidal considerado $L_p = 400$ mm. ($x = 0,35W_c$, $y = h/4$, $z = L_p + L_c/4$)

capítulo 7. Para éstas, también es necesario recurrir a material absorbente en uno de sus extremos, aunque en comparación con la estrategia anterior, produce ciertas desventajas a la hora de garantizar la uniformidad del campo para un volumen relativamente amplio.

Capítulo 7

Análisis electromagnético de células GTEM

7.1. Introducción

En este capítulo se van a estudiar un poco más en profundidad las células GTEM, introducidas en el capítulo 2, también bajo la restricción de que éstas se encuentren en situación vacía. Al igual que se hizo en el capítulo anterior, se pretenderá llegar (mediante MM) a una respuesta en frecuencia para un ejemplo dimensional concreto que cumpla con un cierto criterio de convergencia, para después adentrarnos en el funcionamiento de la misma atendiendo al comportamiento de los campos en función de la frecuencia y de las dimensiones.

7.2. Geometría

Tal y como se vio en los capítulo 2 y 6, las células GTEM se introdujeron como una variante de la célula simétrica en la cual se sustituían la región central y una de las secciones de adaptación (normalmente pirámides) por material absorbente con el fin de aumentar sus prestaciones en banda. La estructura de una célula GTEM correspondería, por tanto, con una de las secciones adaptativas de la célula simétrica bajo un perfil suave respecto a la variación en z que consiga un mejor comportamiento de la misma respecto a la no generación de modos superiores (ver sección 6.4.2).

En la figura 7.1 a) se muestra la geometría más característica de una de estas células, donde puede comprobarse que una de sus peculiaridades respecto de las secciones adaptativas de la célula simétrica es la disposición en rampa del conductor interior debida a que proporciona un volumen físico mayor para albergar objetos bajo test, algo que además proporciona de forma inherente un volumen efectivo mayor (volumen con características planas).

Al igual que ocurría en las células simétricas, el hecho de que se disponga de un número elevado de grados de libertad dimensionales hace que se puedan asumir geometrías piramidales para el conductor exterior que favorecen la construcción física del dispositivo. Así, la síntesis de este tipo de sistemas, que corresponde con el mantenimiento de la impedancia para modo fundamental en todo el sistema ¹, correría de nuevo a cargo del perfil del conductor interior, aunque en este caso con una variable añadida: la pendiente del mismo.

Los nuevos parámetros necesarios para describir la geometría se especifican en las figuras 7.1 b) y 7.1 c).

¹Impedancia característica asociada al TEM en las secciones $z=\text{cte}$ en que se puede segmentar la estructura (secciones locales)

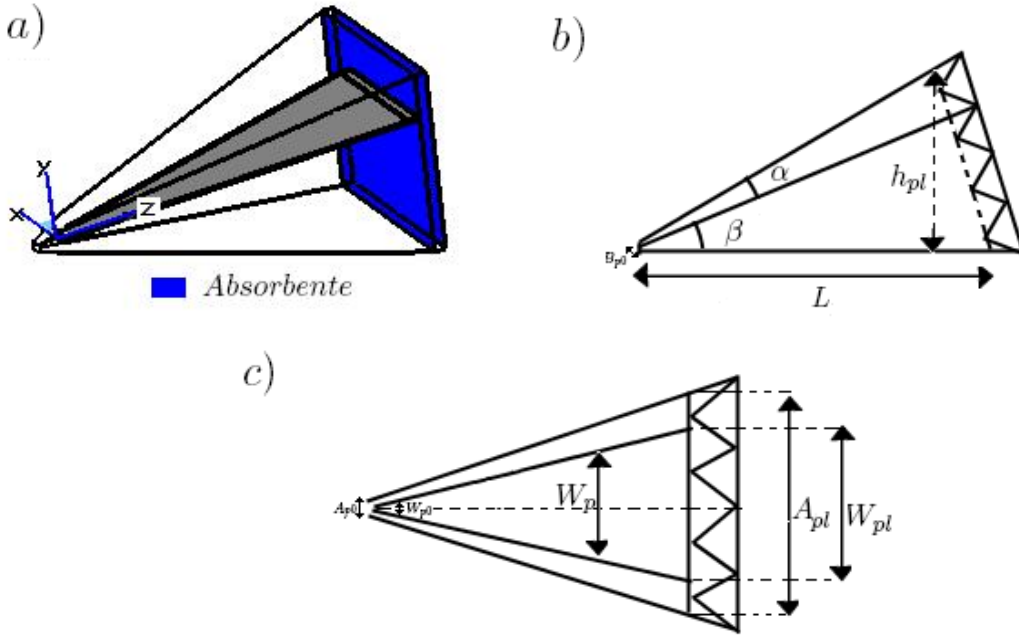


Figura 7.1: a) Estructura general de una célula GTEM. b) Corte longitudinal ($x=0$) de la figura a). c) Corte longitudinal ($x=0$) de la figura b)

Como ejemplo dimensional concreto para este tipo de célula se van a considerar las dimensiones:

- Guía de excitación

Con miras al análisis modal de la estructura, se considerará que se genera un modo TEM puro desde el plano de referencia donde comienza la estructura rectangular, de igual forma a como se hizo para las células simétricas. Así, la guía de excitación correspondería con un coaxial rectangular de 50Ω de impedancia (figura 3.8), cuyas dimensiones van a ser similares a las del capítulo 6, esto es

$$A_{p0} = B_{p0} = 20 \text{ mm}, \quad W_{p0} = 14 \text{ mm}, \\ T = 2 \text{ mm}; \quad L = (B_{in} - T)/2$$

y cuya banda de comportamiento óptimo ² (banda máxima de utilización de la célula) es igual a 9,73 GHz.

- Dimensiones de la pirámide

$$\alpha = \beta \text{ (Valores determinados por } W_{p(l,0)}, A_{p(l,0)}, h_{p(l,0)} \text{ y la concepción piramidal)} \\ A_{pl} = 160 \text{ mm} \\ W_{pl} = 131,2 \text{ mm} \\ h_{pl} = 165,7 \text{ mm} \\ L = 381,125 \text{ mm} \\ W_p \text{ (En función del perfil de impedancia)}$$

²Banda limitada por la frecuencia de corte del primer modo superior que se genera en la puerta

Puede comprobarse que para estos parámetros, la célula corresponde dimensionalmente con una de las pirámides de adaptación de la célula simétrica larga ($L_p = 400$ mm) que se analizó en el capítulo 6. De esta forma, el perfil de impedancias normalizado para ésta con el fin de mantener una impedancia característica invariante a 50Ω en todo el sistema corresponde con el de la figura 6.3.

■ Absorbente

En relación al material absorbente, es obvio que surge la necesidad de sustituir a éste por un elemento capaz de emularlo electromagnéticamente de cara al ajuste modal, algo que se consigue mediante una guía de longitud infinita de sección igual a la de la última región local (figura 7.2 a), definiendo a esta última como una muestra de longitud infinitamente pequeña. Hay que ser conscientes de que este cambio asume un comportamiento ideal del material absorbente, algo que en la realidad no se consigue produciendo una discrepancia entre lo simulado y el comportamiento real de la célula. En este último caso, conforme los materiales absorbentes sean peores (en geometría y composición), se producirán reflexiones de mayor intensidad en los mismos haciendo que la adaptación empeore y que la presencia de modos superiores en la célula se haga más notable. Debido a que estas condiciones no son simulables mediante MM, admitiremos que disponemos de un absorbente con muy buenas características que nos permita, con nuestro método, llegar a conclusiones acerca del funcionamiento de este tipo de células ³.

La estructura de la célula GTEM considerada correspondería con la mostrada en la figura 7.2 b).

7.3. Convergencia

Para analizar cualquier tipo de célula GTEM mediante ajuste modal, de nuevo es necesario muestrear la misma mediante planos $z=\text{cte}$ con el fin ya mencionado de obtener secciones donde se pueda definir un conjunto completo de modos que permitan cumplir cualquier condición de contorno en los mismos. Aunque el número de muestras debe ser finito, algo que implica que la respuesta dependa de dicho número, existen otros medios de actuación que caracterizan este tipo de estructuras evitando el muestreo y por tanto los problemas de convergencia que éste acarrea [34].

El muestreo y la convergencia (parámetros y criterios) de un problema como el de la figura 7.1 es del todo análogo al visto en el apartado 6.3 con la evidente salvedad de que usualmente se suelen requerir también los modos impares respecto del plano $y=0$, ya que la simetría respecto al mismo en general no se conserva.

Los parámetros de convergencia obtenidos para nuestro ejemplo concreto (figura 7.2 b), fueron deducidos en la sección 6.3.

7.4. Respuesta en frecuencia. Análisis de los resultados

7.4.1. Respuesta en frecuencia

La figura 7.3 muestra para nuestro ejemplo, la respuesta en reflexión para el modo fundamental respecto a la obtenida con CST. Como puede comprobarse, se consigue una mejor

³La concepción de materiales absorbentes con un comportamiento electromagnético tendente al ideal ha sido y sigue siendo una importante línea de investigación en ingeniería, convirtiéndose en el principal caballo de batalla a la hora de diseñar diversos tipos de sistemas (células GTEM, cámaras anecoicas, etc).

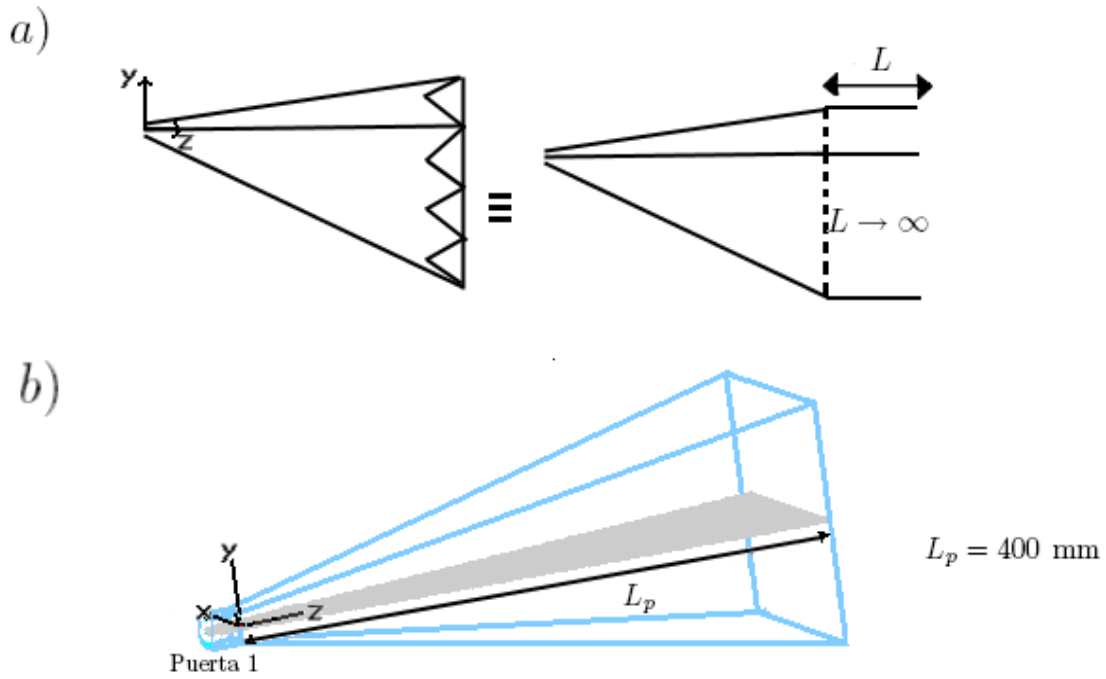


Figura 7.2: a) Diferentes equivalencias del problema. b) Estructura de la célula GTEM considerada.

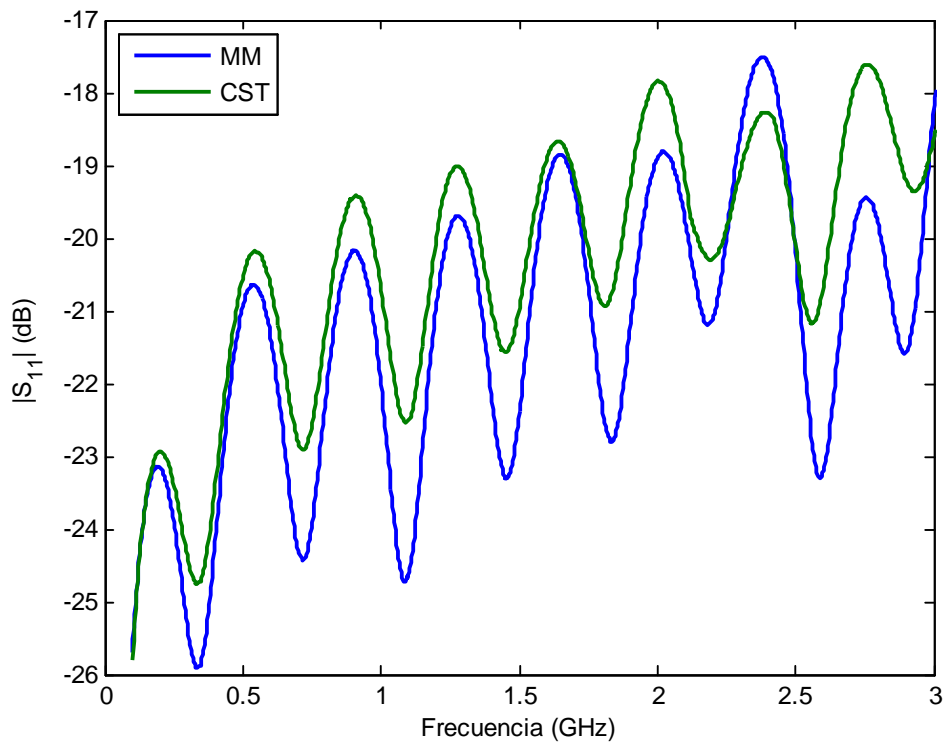


Figura 7.3: Reflexión (S_{11}) del modo fundamental en la puerta de entrada de la célula GTEM considerada (figura 7.2 b)

adaptación en la puerta de entrada (aproximadamente mejor de 18 dB hasta los 3 GHz) respecto del caso simétrico (figura 6.7), obviamente debida a la no existencia física de la región central y de una de las pirámides; no obstante, el efecto más importante observado en dicha respuesta corresponde sin duda con la abolición de las resonancias respecto del citado caso simétrico, ya que la sustitución de la región central y de una de las pirámides por el material absorbente imposibilita la formación de cavidades resonantes (sección 6.4.2).

Hay que tener en cuenta que el hecho de que la respuesta en reflexión de la figura 7.3 quede exenta de fenómenos de resonancia, no implica que los modos superiores no se encuentren presentes (al corte o en propagación) distorsionando el comportamiento plano que se pretende obtener. Por ello, de igual forma que para las células simétricas, la única forma de evaluar realmente la banda de funcionamiento de este tipo de células es analizar el campo o la potencia transmitida por cada uno de los modos en el interior de la misma.

7.4.2. Comportamiento monomodo

Banda Monomodo

Al no poderse definir modos de forma estricta en todo el conjunto, y tomando en consideración la idea de región local donde sí que es posible definirlos, es fácil caer en la cuenta de que la banda monomodo de una célula GTEM, limitada por la frecuencia de corte del primer modo superior generado, es dependiente de la variable longitudinal z . De esta forma, se consiguen bandas de utilización elevadas, ya que para un determinado objeto bajo test, siempre que sus dimensiones físicas lo permitan, es factible encontrar regiones efectivas de banda más ancha sin más que desplazar el mismo a través de la pirámide. La figura 7.4 muestra, para nuestro ejemplo dimensional concreto, las frecuencias de corte de los cuatro primeros modos superiores en función de la variable z de donde puede deducirse la distribución con z de la banda monomodo asociada (gráfica verde).

Hay que tener en cuenta que, aunque se puedan definir localmente modos en la estructura, la distribución de campo en las mismas no tiene en general un dibujo como el de la figura 6.13 y por lo tanto no pueden tomarse criterios de uniformidad para el mismo de acuerdo a lo comentado en la sección 6.4.1. Teniendo presente la geometría piramidal, es sencillo deducir la curvatura del campo (figura 2.4) debida a la necesidad del cumplimiento de las condiciones de contorno en los dos conductores implicados. Desde un punto de vista local, aun trabajando a una frecuencia en la que sólo se propague un modo, hay que ser conscientes de que al contrario de lo que ocurriría en la región central de la célula simétrica, en donde el TEM imponía casi la totalidad de la distribución de campo en la misma para la situación monomodo (los modos superiores al corte se atenuaban suficientemente), para este caso los modos superiores al corte tienen una influencia más notable en dicha distribución, siendo los responsables de que ésta tome el citado aspecto 'curvo' ⁴.

Uniformidad

Una distribución como la de la figura 2.4 tiene el inconveniente de la carencia de uniformidad en regiones amplias debido a que:

- Si consideramos cualquier sección transversal de una estructura como la de la figura 7.1 a) es claro que atendiendo a la curvatura del campo, la altura de comportamiento uniforme (altura según y, figura 7.1 a)) se hace menor respecto a las que se conseguían en las células simétricas.

⁴Desde un punto de vista de análisis modal, la poca atenuación de los modos al corte en la pirámide desde que se generan en una discontinuidad hasta que llegan a la siguiente es la que produce la curvatura del campo.

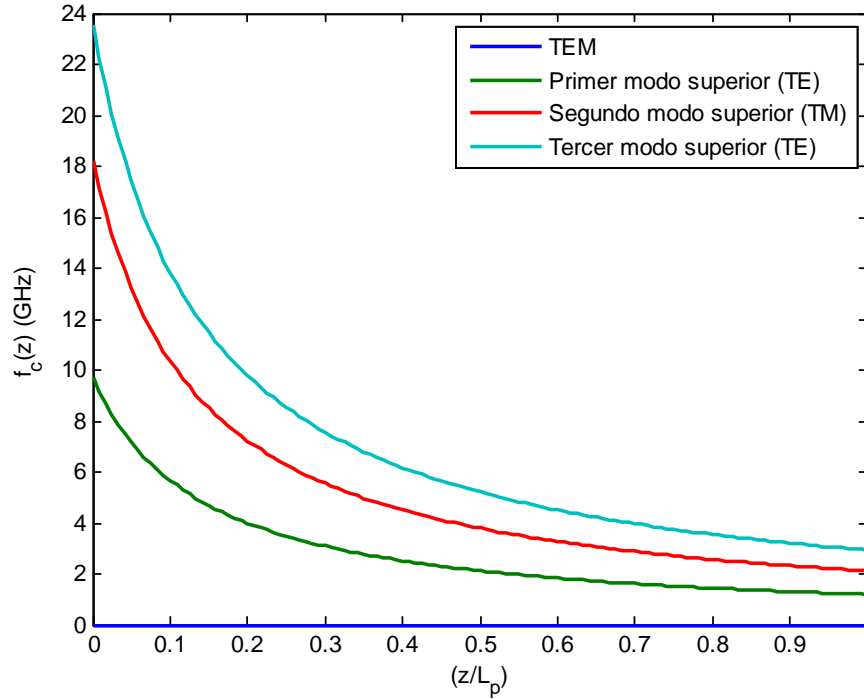


Figura 7.4: Frecuencias de corte de los cuatro primeros modos que se generan (pares-pares respecto a $x=0$ e $y=0$) en función de z (modos de las regiones locales en que se puede dividir la célula GTEM considerada, $L_p = 400$ mm, mediante planos $z = \text{cte}$)

- Considerando una variación longitudinal, se puede comprobar cómo un incremento en z (Δz) no proporciona la misma distribución de campo que la de una onda plana bajo esa misma variación, ya que las fases para el TEM en este caso son funciones de z .
- El hecho de que los modos superiores al corte tengan una influencia algo considerable en el campo puede producir que éste ya no conserve la propiedad de transversalidad del TEM.

Como puede resultar evidente, una solución a la hora de encontrar volúmenes efectivos mayores residiría en aumentar la pendiente del conductor interior respecto a unas de las caras exteriores. No obstante, esta estrategia presenta el inconveniente de que conforme se incrementa la pendiente, el campo se concentra cada vez más en las zonas donde los conductores se aproximan, quedando la zona efectiva con una amplitud moderada que puede resultar insuficiente en algunos casos, surgiendo de nuevo la necesidad de llegar a un compromiso, en este caso entre uniformidad y amplitud, a la hora de diseñar.

La figura 7.5 b) muestra, para nuestro ejemplo concreto, la distribución de campo eléctrico ($E_y, E_z, E_x = 0$ por simetría) obtenida en la última de las muestras tomadas para discretizar la geometría tras un corte de la misma por el plano $x=0$ (ver figura 7.5 a) a una frecuencia donde sólo se propaga el modo fundamental en toda la célula ($f = 0,5$ GHz). Se observa el efecto claro de curvatura del campo que reduce la uniformidad del mismo en regiones amplias, además de una influencia algo considerable de las componentes longitudinales del campo ⁵ que hace que la transversalidad del TEM se vea mermada en ciertas zonas.

⁵Componente longitudinal del campo eléctrico, ya que la del magnético se anula por simetría.

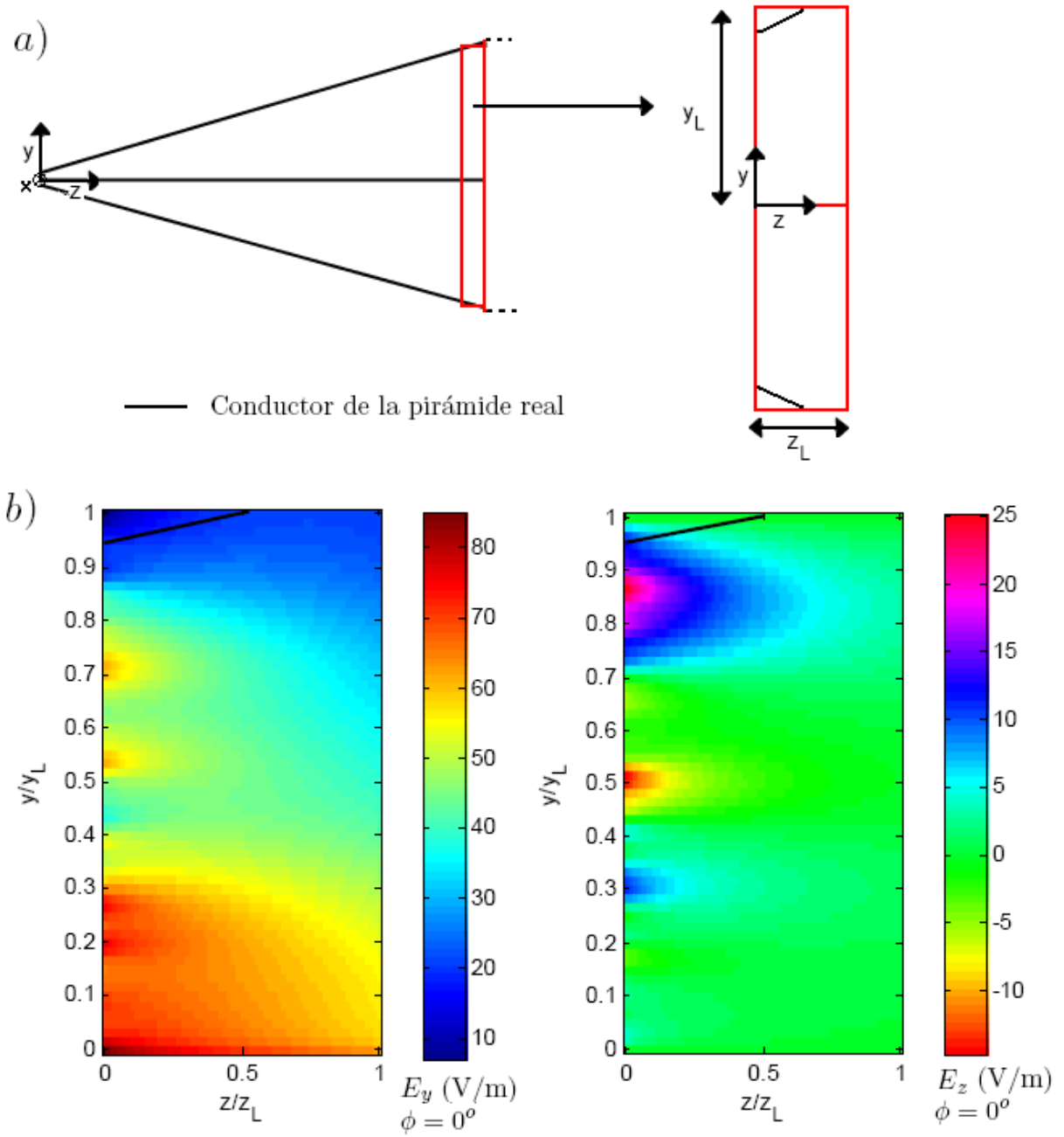


Figura 7.5: a) Última muestra de la célula GTEM (corte por $x=0$, $y_L = 75,5$ mm, $z_L = L_p/N_{muestras} = 10$ mm). b) Componentes z e y ($y>0$) del campo eléctrico en la muestra de a) para un corte de la misma por el plano $x=0$. ($f = 0,5$ GHz, Fase $\phi = 0^\circ$)

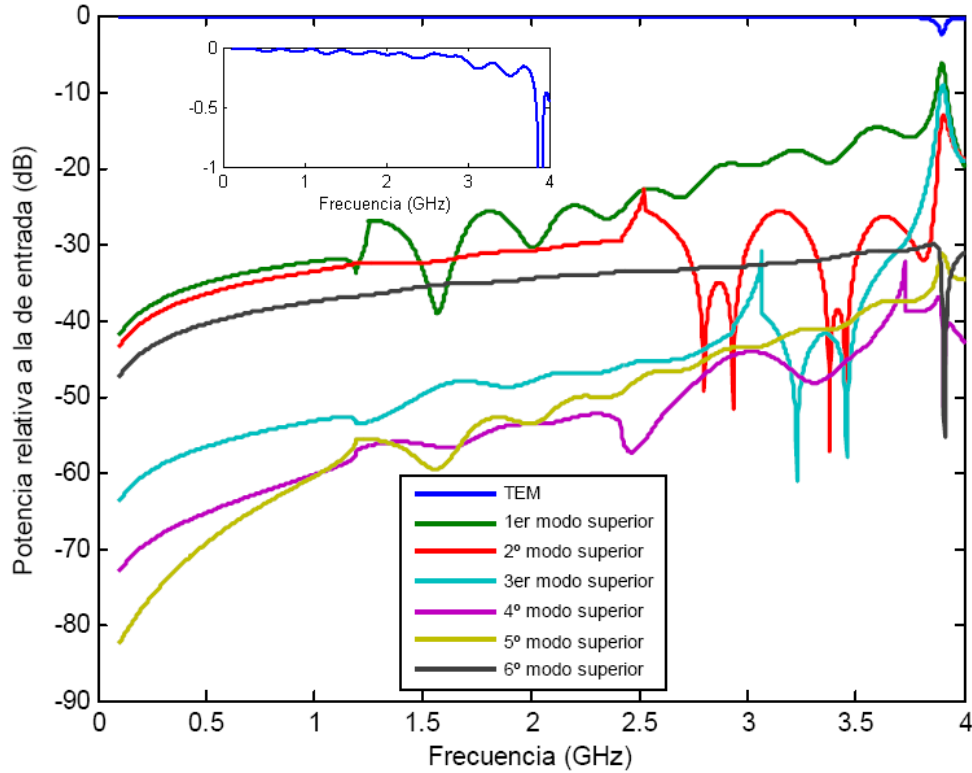


Figura 7.6: Potencias transmitidas por cada uno de los modos respecto a la incidente en la última muestra de la célula GTEM considerada.

Al igual que se hizo en el capítulo anterior, es factible definir un criterio que establezca un umbral de uniformidad y transversalidad que permita delimitar un cierto volumen efectivo tomando en consideración los valores del campo y las fases obtenidas, aunque de igual forma a como ocurría antaño, dicho criterio varía en función de la aplicación.

7.4.3. Comportamiento multimodo

Al igual que se hizo en el capítulo anterior, mediante MM es factible llegar a conocer la aportación de cada uno de los modos al campo o a la potencia en una determinada posición longitudinal de la célula GTEM. Para nuestro ejemplo concreto, la figura 7.6 muestra el valor de la potencia transmitida por los primeros modos superiores en la última de las muestras tomadas para el análisis (figura 7.5 a). En esta última, como era de esperar, los modos superiores van tomando cada vez más protagonismo conforme aumenta la frecuencia y nos adentramos en la banda multimodo, distorsionando el comportamiento plano del campo que se pretende conseguir. Aunque este efecto pueda ser eludido mediante un simple desplazamiento longitudinal, el inconveniente que esto supone es la reducción tanto del volumen de emplazamiento físico de la célula como del volumen efectivo asociado al mismo, algo sólo admisible por un objeto de pequeño tamaño. Por ello, de cara a conseguir mejores prestaciones en las células GTEM, la información modal que se sustrae de MM resulta de interés, ya que nos proporciona lo necesario para llegar a concebir sistemas que supriman los efectos de aquellos modos que influyen de una forma más notable en la estructura.

Capítulo 8

Análisis electromagnético de células TEM simétricas con obstáculo

8.1. Introducción

Aunque las células GTEM proporcionen normalmente bandas más anchas de utilización, los inconvenientes de este tipo de células radican tanto en la necesidad del empleo de materiales absorbentes para su construcción como en el reducido volumen de comportamiento plano que ésta ofrece. Así, para ciertos tipos de aplicaciones, normalmente ligadas a dispositivos bajo prueba de tamaños algo considerables, el empleo de células TEM simétricas se torna como el más adecuado. Es por ello que se hace necesario analizar el comportamiento de este tipo de células en su situación normal de funcionamiento, esto es, cuando un determinado ente bajo prueba (no generador) se introduce en la misma. Aun haciéndose de forma superficial, este estudio resulta de gran interés, pues como se verá, en esas condiciones se producen ciertos fenómenos modales que distorsionan el comportamiento normal de célula. En estas circunstancias, el conocimiento de éstos es importante a la hora de determinar bajo qué condiciones (tamaño del objeto, frecuencia, etc) es posible emplear una determinada célula en función de sus dimensiones, llegándose incluso a poder concebir, en la medida en que sea posible, algún tipo de estrategia que permita llegar a una síntesis que optimice su rango de funcionamiento.

8.2. Geometría

Como bien es sabido, la introducción de un determinado elemento en un ambiente electromagnético provoca la distorsión del campo, pues las condiciones de contorno que éste debe cumplir varían. Dicha distorsión dependerá de la geometría y naturaleza del ente perturbador y del propio campo en ausencia del mismo, y en principio, podría tomar cualquier tipo de distribución. Así, ya sea en el espacio libre o en una célula TEM, la incidencia de una onda plana sobre un determinado obstáculo provocará una distorsión en el campo (que dejaría de tener comportamiento plano) inherente al mismo y cuya caracterización requiere resolver el problema electromagnético completo en cada caso.

En principio, debido a que lo que se consigue con las células TEM es emular en cierta medida las condiciones existentes en el espacio libre, podría pensarse que la incidencia de una onda plana sobre un determinado obstáculo en el espacio libre produce una distorsión del campo en todo el sistema similar a la que se produciría si se incidiese el mismo con un campo de características planas similares (de igual polarización) generado en una célula TEM; no obstante, esto no es así debido a que las condiciones externas que debe cumplir el campo son distintas en ambos casos. En el espacio libre, dichas condiciones son las propias del mismo,

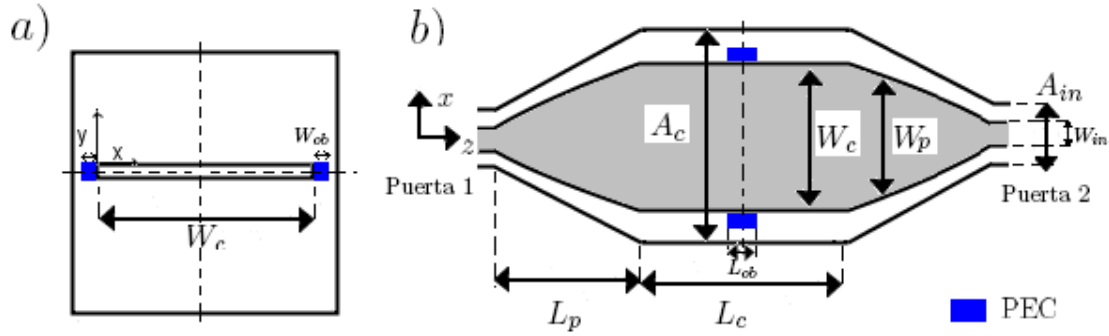


Figura 8.1: a) Sección transversal de la región donde es colocado el objeto. b) Corte longitudinal ($y=0$) de la célula rellena con el objeto considerado

mientras que en las células TEM éstas son determinadas por los conductores exteriores de las células. En principio, se podría asumir que los campos resultantes tras la incidencia de la onda en el obstáculo son similares en ambos casos conforme éste es más pequeño (en las células TEM las paredes están más lejos de éste), sin embargo no existe ninguna garantía de que esto sea así ya que además de las dimensiones, entra en juego la composición del mismo. Cómo de iguales o distintos son los campos para ambas situaciones, o lo que es lo mismo, el error entre las mismas, ha de hacerse para cada problema en concreto y ha sido objeto de estudio en numerosas ocasiones en relación con aplicaciones de compatibilidad electromagnética [35], [36].

En este capítulo no se pretende analizar la distorsión del campo que un determinado elemento impone en el interior de la célula, sino que lo que se busca son los efectos que éste puede producir en el comportamiento de la misma.

Si suponemos que cargamos una célula TEM simétrica con un determinado ente bajo prueba, la distorsión en el campo que éste produce estará descrita, en las regiones donde sea posible, por un conjunto ortogonal de modos. Concretamente, en las zonas de la región central donde no está colocado el elemento, el campo perturbado estará descrito por el mismo conjunto modal que lo describe en las mismas para la situación vacía, aunque obviamente con diferentes amplitudes y empleando, en general ¹, modos que en la citada situación no se generan debido a la simetría, que hagan que se cumplan las condiciones de contorno que la perturbación impone. En la zona donde está colocado el elemento, el campo estará descrito por el conjunto de modos asociado a la estructura célula-obstáculo (en caso de que se pudiesen definir los modos ²), cuya combinación garantizará también el cumplimiento de todas las condiciones de contorno. Obviamente, lo interesante no es que se generen nuevos modos ni nuevas amplitudes (en situación mono o multimodo) que distorsionen el comportamiento plano del campo, ya que esto es claramente necesario para cumplir con las nuevas condiciones que se imponen al problema, sino que esta nueva generación modal haga que, debido a la geometría de este tipo de células, se forme un nuevo espectro de resonancias que produzca que a frecuencias que se suponían de utilización para la célula vacía, el campo distorsionado resultante no sea el que se obtendría tras incidir el elemento con un campo plano, sino que corresponda con la distorsión provocada por otro tipo de distribución de campo (usualmente parecida a la del modo que genera la resonancia).

Para entender esto, vamos a analizar un caso sencillo que pueda ser caracterizado mediante

¹Depende de la geometría del objeto

²En caso contrario, desde un punto de vista modal, habría que muestrear dicha región y definir modos en las muestras.

MM por el software de simulación concebido hasta el momento.

La situación a analizar va a ser la introducción de un objeto correspondiente a un ensanchamiento del conductor interior central en una región de la zona efectiva de la célula simétrica que hemos venido considerando hasta ahora como ejemplo (ver figura 8.1). Las dimensiones de éste son:

$$\begin{aligned}L_{ob} &= 2 \text{ mm} \\ W_{ob} &= 0,44 \text{ mm}\end{aligned}$$

8.3. Respuesta en frecuencia. Análisis de los resultados

Como se puede comprobar, las dimensiones y la situación del objeto dentro de la célula (centrado en $z = L_p + L_c/2$) hacen que el problema electromagnético resultante siga conservando las dos simetrías transversales de la célula vacía ³. Debido a ello, los modos que se generan en todas las regiones en que se divide la estructura, incluida la zona donde es colocado el objeto, serán aquellos que posean la misma simetría que la excitación, esto es, simetría par en los planos $x = 0$ e $y = 0$. Esto, unido al hecho de que el objeto no proporciona más que una discontinuidad de cambio de anchura de conductor interior (de espesor 2 mm), donde la variación de impedancia es muy pequeña respecto a 50Ω (la impedancia de la zona del objeto es 45Ω), hace que la distribución de campo tanto fuera como en la región donde es colocado el objeto sea tendente a la existente cuando éste no está presente. No obstante, observando la respuesta en frecuencia del problema resultante (figura 8.2), se puede constatar que las frecuencias de resonancia asociadas a los modos superiores se reducen en unos MHz respecto al caso vacío ⁴, de lo que se deduce que la influencia de cualquier obstáculo, aun imponiendo una distorsión reducida en el campo, es más que suficiente para variar las condiciones de resonancia del sistema. Para evaluar dichas variaciones, además de la información obtenida de la figura 8.2 (caso centrado en z), resulta conveniente analizar qué ocurre con las mismas bajo un desplazamiento longitudinal del objeto perturbador que implique una posición para éste distinta de la centrada en la región efectiva de la célula. La figura 8.3 muestra, para nuestro ejemplo concreto, la respuesta en frecuencia correspondiente a una variación longitudinal de la discontinuidad tomada, que se sitúa en las posiciones $z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$. Se observan tres efectos:

- Un desplazamiento en z del objeto produce una variación en las resonancias de los modos respecto al caso centrado que se hace más pequeña conforme la misma se encuentra más próxima a la frecuencia de corte del modo que la genera.
- La frecuencia de resonancia del caso centrado determina el valor central del intervalo en el que se pueden desplazar las resonancias tras una variación longitudinal a lo largo de toda la región central.
- Las variaciones longitudinales producen una mejor o peor excitación de la resonancia (ver $f = 2,45 \text{ GHz}$).

Aunque en el caso considerado la variación de las resonancias producida por el objeto es tan pequeña que no cambia de forma considerable la banda de utilización de la célula (dicha variación puede estar en torno al error que se comete en la construcción de la misma), hay que ser conscientes de que un objeto más notable (en dimensiones y en composición)

³La célula vacía no es simétrica respecto de un plano $z = \text{cte}$ una vez ésta es excitada y cargada.

⁴Los modos superiores en las zonas de la región central donde no es colocado el objeto (los que resuenan) son los mismos que en dichas zonas para la célula vacía.

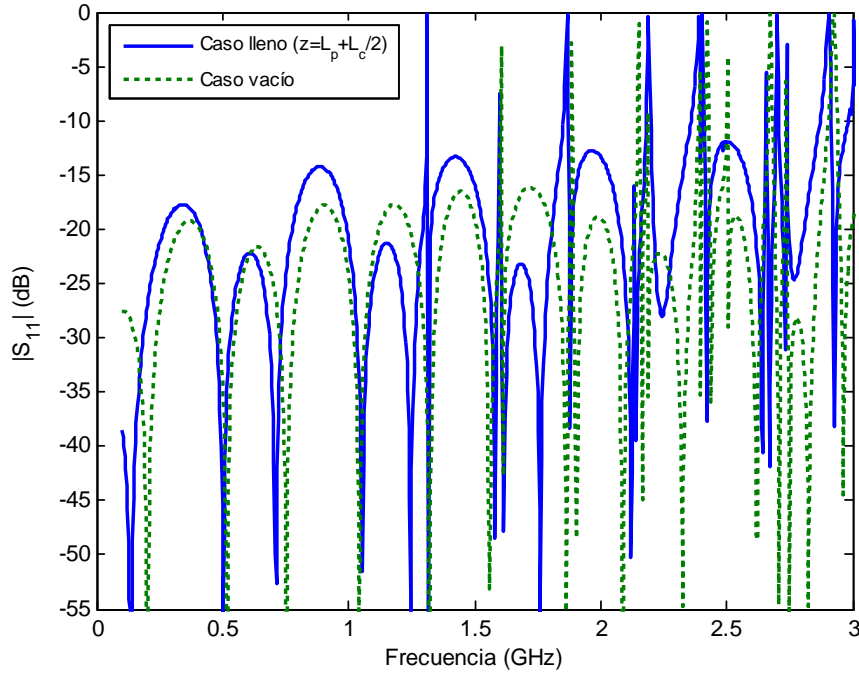


Figura 8.2: Respuesta en frecuencia del modo fundamental (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 a) (caso longitudinalmente centrado, $z = L_p + L_c/2$, figura 8.1 b)

podría producir una variación más amplia, haciendo que la célula no pueda ser utilizable en frecuencias presumiblemente viables.

Además de un desplazamiento en las frecuencias de resonancia, en la figura 8.2 puede deducirse otro efecto importante que surge tras la inclusión de un elemento perturbador en la célula: la aparición de nuevas resonancias en el sistema. En nuestro caso, dicha aparición (frecuencias 1,31 GHz y 2,65 GHz) no es debida a la generación de nuevos modos (ya que se conservan las dos simetrías del modo incidente), sino que se debe a que las condiciones que hacían que estos fenómenos no se produjesen en el caso vacío ya no son efectivas.

En efecto, tal y como se vio en la sección 6.4, ambas resonancias (asociadas al primer y segundo modo superior respectivamente) no se producían debido a que se encontraban en una situación espectral que implicaba la existencia de un cero de reflexión; en este caso, el objeto perturbador es suficiente como para hacer que esta condición no se produzca (figura 8.4), algo que implica la aparición de las citadas resonancias y que por consiguiente el funcionamiento de la célula en esas frecuencias (solución del problema) no sea el adecuado. En la figura 8.5 se muestra este efecto en los coeficientes asociados a los modos para la zona de la región central libre del objeto (frecuencia 1,31 GHz); se comprueba que el modo dominante en dicha frecuencia es el primer modo superior que se genera en la región central, algo que no se producía sin la perturbación del mismo.

Aunque en nuestro ejemplo el objeto haga que se produzcan nuevas resonancias, éstas siguen estando ligadas a los modos superiores que se generan en la región central debido a la conservación de las simetrías en los planos $x=0$ y $y=0$, algo que produce que no puedan surgir resonancias a frecuencias inferiores a las del primer modo superior generado ($f_c = 1,18$ GHz) y que el ancho de banda monomodo de la célula aún quede limitado por dicha frecuencia. Sin embargo, la introducción de un elemento que conserve sólo una, o ninguna de las simetrías de la célula vacía hace que para cumplir con las condiciones de contorno impuestas por el mismo

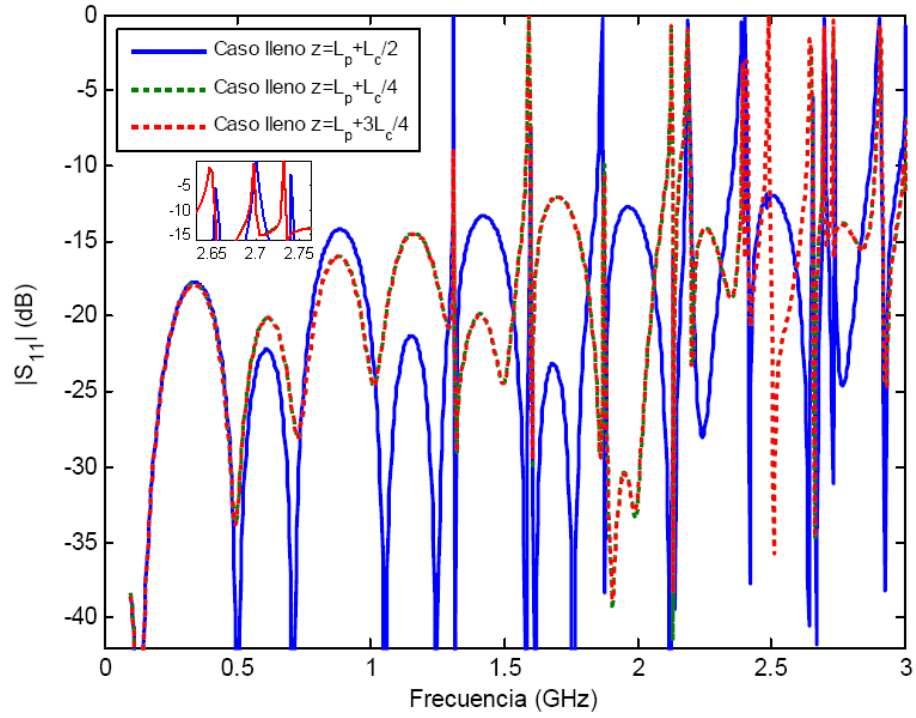


Figura 8.3: Respuesta en frecuencia del modo fundamental (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 a) (casos longitudinalmente descentrados, $z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)

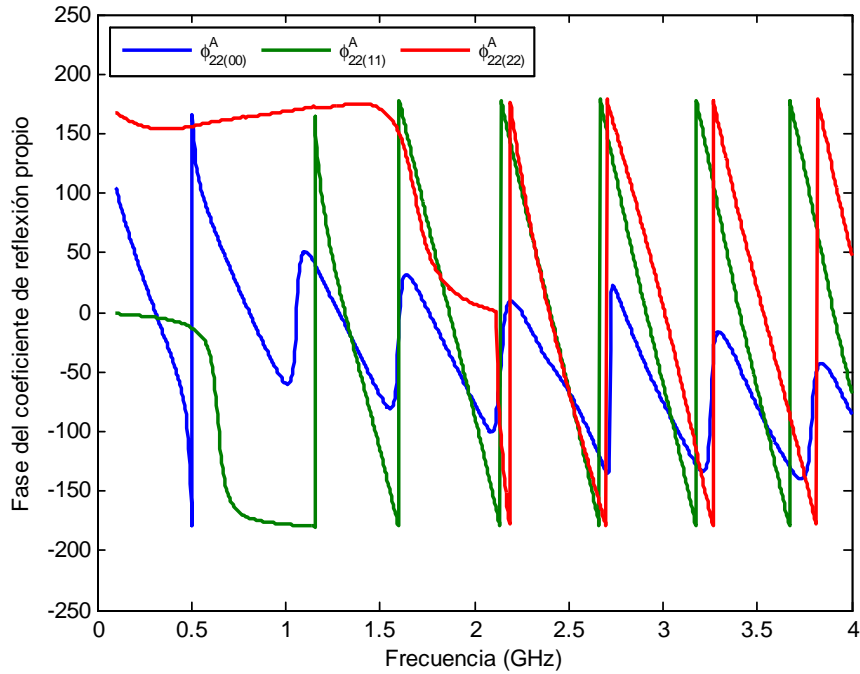


Figura 8.4: Fases del coeficiente de reflexión propio de los modos fundamental, primero y segundo superiores en la región central para el semiproblema A (Figura 6.15), para el caso en que la célula está llena con el obstáculo tomado (figura homóloga a 6.19)

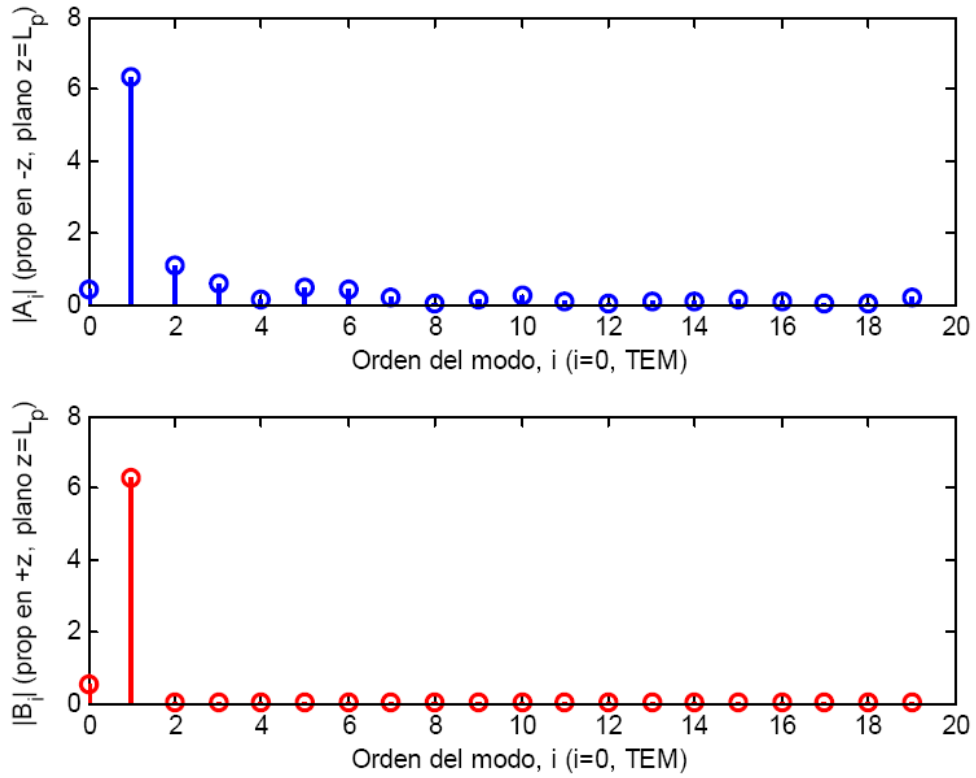


Figura 8.5: Coeficientes de los modos en la región central (plano $z = L_p$), para la célula rellena con el objeto. $f = 1,31$ GHz

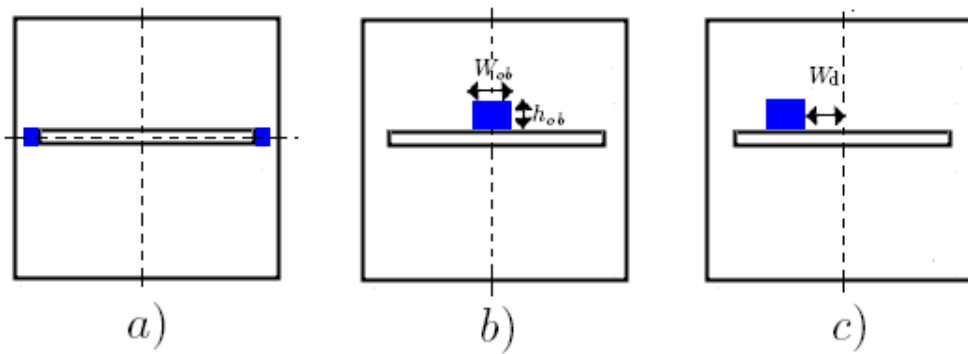


Figura 8.6: a) Objeto que conserva las dos simetrías de la célula TEM. b) Objeto que conserva una de las simetrías de la célula TEM. c) Objeto que no conserva ninguna simetría de la célula TEM

sean necesario modos con simetrías distintas de las de la excitación, haciendo que el ancho de banda de la célula se reduzca de forma considerable. De esta forma, podríamos distinguir tres situaciones:

1. La geometría del elemento y su orientación hacen que se conserven las dos simetrías transversales de la célula vacía (figura 8.6 a)

Como se ha visto, al no generarse otros modos superiores con simetría diferente de la excitación, normalmente no aparecen nuevas resonancias respecto a las del caso vacío, aunque sí que se produce una variación de las mismas haciendo que a ciertas frecuencias, dependientes del elemento en cuestión, la célula no produzca la situación real de campo resultante tras una incidencia plana en el mismo; sin embargo, este comportamiento puede asegurarse en la banda monomodo de la célula, que sigue estando limitado por el primer modo superior que posee las mismas simetrías que el TEM.

2. La geometría del elemento y su orientación hacen que se conserve una de las dos simetrías transversales de la célula vacía (figura 8.6 b)

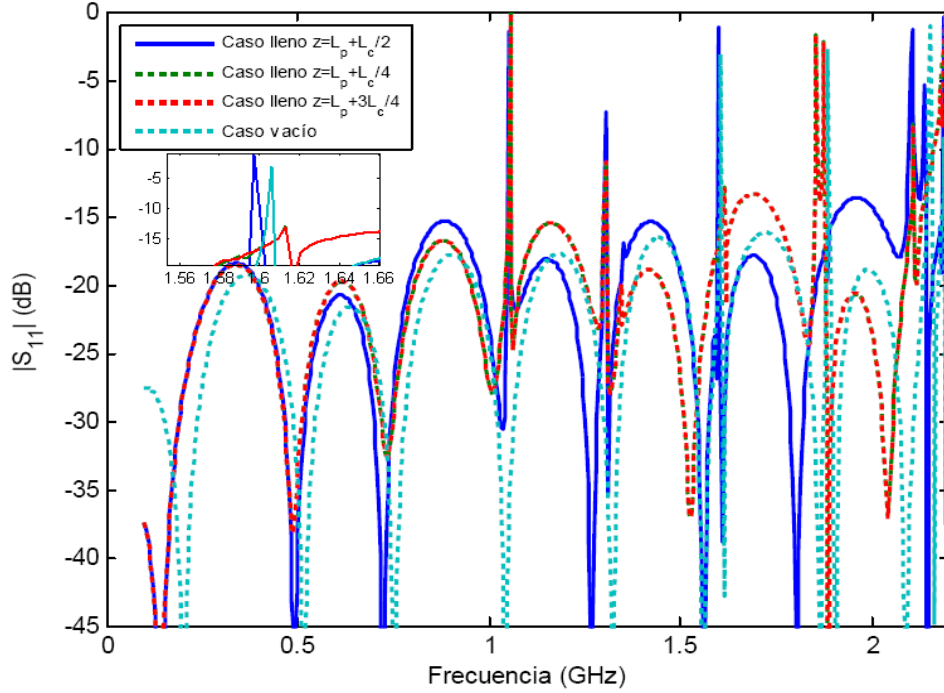


Figura 8.7: Respuesta en frecuencia (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 b). Respuesta calculada mediante CST para los casos longitudinalmente centrado ($z = L_p + L_c/2$) y descentrado ($z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)

En este caso, para cumplir con las condiciones de contorno que impone el elemento, es necesario recurrir a modos que no se generan en la célula en la ausencia de éste; concretamente, los nuevos modos que se precisan son aquellos que mantienen la simetría par de la excitación respecto del plano de simetría conservado, pero que ya no conserven la misma respecto del otro plano, esto es, la familia de modos impares respecto a este último. De esta forma, además de una variación en los valores de las frecuencias de resonancia, es factible la aparición de nuevas resonancias ligadas a esta familia de

modos que hagan que se puedan reducir de forma considerable las frecuencias de utilización de la célula incluso para valores dentro de su banda monomodo. Como ejemplo concreto, vamos a analizar el problema asociado al objeto de la figura 8.6 b para unas dimensiones de éste de $W_{ob} = 40$ mm, $h_{ob} = 19$ mm, $L_{ob} = 20$ mm⁵. Debido a que este tipo de discontinuidad no es factible de caracterizar mediante el software que se ha concebido, la respuesta en frecuencia para este caso será obtenida mediante CST. La figura 8.7 proporciona dicha respuesta, donde se observa lo anteriormente descrito al contemplarse la aparición de nuevas resonancias; concretamente, en lo que se suponía la banda monomodo de la célula vacía, se comprueba la aparición de resonancias ligadas al modo de frecuencia de corte $f_c = 0,92$ GHz, modo que conserva la simetría par del TEM en el plano $x = 0$ (simetría conservada por el objeto) pero que es impar en $y = 0$ (figura 6.2). Se observa que a frecuencias inferiores a la de corte de este modo no se producen resonancias, pues el único modo que podría producirlas tiene simetría impar en $x = 0$ ($f_c = 0,55$ GHz, figura 6.2).

Para el caso de un desplazamiento longitudinal, se vuelve a producir una variación en las frecuencias de resonancia de los modos respecto al problema centrado de igual forma a como ocurría en el caso anterior (figura 8.7).

3. La geometría del elemento y su orientación hacen que no se conserven ninguna de las simetrías transversales de la célula vacía (figura 8.6 c)

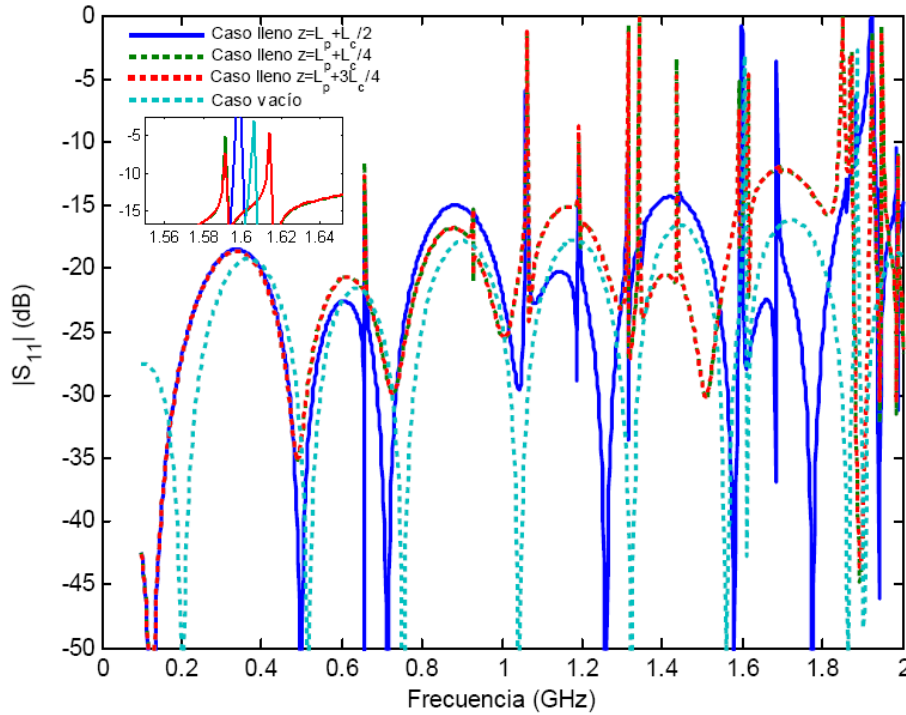


Figura 8.8: Respuesta en frecuencia (reflexión) de la célula TEM rellena con el objeto considerado en la figura 8.6 c). Respuesta calculada mediante CST para los casos longitudinalmente centrado ($z = L_p + L_c/2$) y descentrado ($z = L_p + L_c/4$, $z = L_p + 3L_c/4$)

Para este caso, son necesarios todos los modos de la región central (caso vacío) para describir la situación (en la zona de la misma donde no es colocado el objeto), pro-

⁵La célula TEM empleada es la que se ha venido considerando como ejemplo hasta ahora.

duciéndose un mayor número de resonancias en la estructura. Como ejemplo concreto, se ha analizado mediante CST el objeto de la figura 8.6 c) ($W_{ob} = 40$ mm, $h_{ob} = 19$ mm, $L_{ob} = 20$ mm, $W_d = 10$ mm), cuya respuesta en frecuencia se presenta en la figura 8.8; en la supuesta banda monomodo de la célula se observa de forma clara la generación de nuevas resonancias, algunas de ellas ligadas esta vez al primer modo superior de la región central ($f_c = 0,55$ GHz), y una variación de las asociadas a los demás modos que se generaban en el caso vacío.

De nuevo se puede comprobar que un desplazamiento longitudinal del objeto produce una variación en las resonancias similar a los casos anteriores.

Al ser el tercer caso el más común, es conveniente tener en cuenta que realmente sólo podemos garantizar de forma general un correcto funcionamiento de la célula en la banda monomodo del coaxial rectangular que forma la región central, y no, como se dijo anteriormente, en la banda limitada por el primer modo superior que se genera en la misma para el caso vacío. Sin embargo, en ocasiones suele requerirse trabajar en bandas superiores a la que esta limitación ofrece, algo que es factible si las nuevas resonancias que el ente perturbador impone, características de su geometría y disposición, son controladas.

Cabe mencionar que aunque en este capítulo y en los precedentes se hayan analizado las células TEM tomando a éstas como generador de campo, este comportamiento es el realmente necesario para sintetizar correctamente este dispositivo aunque vaya a ser empleado con fines de medición (capítulo 2). Para estos últimos, podrían ser achacables algunos de los fenómenos ya explicados; así, de forma concreta respecto a lo mencionado en este capítulo, el hecho de introducir una fuente de campo en el interior de una célula simétrica podría producir situaciones de nuevas resonancias resultantes del acoplo del campo radiado con los modos de la célula vacía para las que las tensiones medidas en las entradas de la célula, necesarias para deducir el campo radiado (capítulo 2), no sean válidas.

Si bien el empleo de las células GTEM es una opción para evitar este tipo de tésituras, éstas no suelen proporcionar un volumen amplio de comportamiento plano, algo que en ciertos casos resulta esencial. De esta forma, la elección del tipo de célula más conveniente (simétrica, GTEM u otra) lo limita la aplicación para la cual vaya a ser empleada.

Capítulo 9

Conclusiones y líneas futuras

9.1. Conclusiones

En este proyecto se han analizado las geometrías más características de células TEM (simétricas y GTEM) mediante los métodos de ajuste de campo, RTG y MM.

Tras una primera parte en la que se describen los diferentes tipos de células TEM concebidas hasta el momento, así como sus principales aplicaciones, en la segunda parte del proyecto nos hemos centrado en el estudio de la Resonancia Transversal Generalizada y del Ajuste Modal como métodos numéricos de caracterización electromagnética, cuya combinación, proporciona una herramienta matemática de análisis electromagnético 'full wave' con la que poder abordar el estudio de cada una de las células TEM que se van a considerar.

Para ambas técnicas se han tenido en cuenta las simetrías físicas de las estructuras correspondientes, que nos han permitido garantizar una mejor determinación de los autovalores (RTG), al conseguir separabilidad de los mismos en familias, y una mejor eficiencia computacional al poderse prever los modos que se van a generar en una discontinuidad (MM). Además, se ha comprobado que en relación a las estructuras consideradas (coaxial rectangular y discontinuidades surgidas de éste) las técnicas RTG y MM suelen requerir, para garantizar la convergencia adecuada, el empleo de un número de términos/modos que guarden la relación de alturas/áreas entre las regiones/secciones correspondientes, algo que está acorde con otras estructuras. Respecto a estos últimos parámetros, para el coaxial rectangular se ha llegado a que un número de términos reducido (en torno a 10) es más que suficiente para describir los modos en el mismo mediante RTG, mientras que para las discontinuidades longitudinales que surgen a partir de este último, se ha demostrado que en aquellas en las que sólo se produce una variación en uno de los dos conductores de las estructuras conformadoras, el número de modos necesarios (MM) para garantizar la convergencia es menor al que se precisa en aquellas en las que se produce una variación simultánea en ambos.

Una vez estudiadas las técnicas de ajuste de campo consideradas, e implementada la herramienta computacional que las ha llevado a cabo para nuestras geometrías, la tercera parte del proyecto se ha centrado en el análisis electromagnético riguroso de las células TEM más características: simétricas y GTEM. Para ambas, empleando las disquisiciones deducidas en cuanto al número de términos y modos que han de utilizarse en las diferentes discontinuidades que las forman (parte 2), hemos llegado a unos resultados convergentes para los cuales ha sido necesario recurrir al muestreo doble de las mismas; aun así, el número de modos necesario al que se ha llegado es alto, lo que produce que el método híbrido RTG-MM sea computacionalmente lento para nuestro problema concreto.

El análisis modal de las células TEM que se han considerado se divide en dos según las

disposiciones que se han tomado para las mismas: una que tiene en cuenta su comportamiento en condiciones vacías, y otra que pretende contemplar los fenómenos que acontecen en su situación normal de funcionamiento, esto es, cuando en ellas se introduce un objeto bajo test.

Para la primera disposición, y para las células simétricas, se ha comprobado que la frecuencia de corte del primer modo superior que se genera en la región central es la que limita de forma estricta la banda de comportamiento "plano" de las mismas (banda monomodo); sin embargo, como se ha visto, un análisis exhaustivo para cada caso concreto, en el que se tenga en cuenta las amplitudes de cada uno de los modos que se generan, puede permitir expandir dicha banda a frecuencias donde se propaguen modos superiores (banda multimodo). De esta forma, se consigue que la información modal que proporciona MM sea útil de cara a la concepción de estrategias óptimas de diseño en cuanto a nuevos perfiles, sistemas de supresión de modos, etc. Además, también para este tipo de células, MM ha permitido caracterizar mediante el análisis de su estructura mitad las diferentes resonancias ligadas a los modos superiores que pueden producirse en las mismas y en cuyas frecuencias la célula no puede ser empleada, comprobándose además que la generación de estas últimas depende de las amplitudes de los modos asociados que se generan en las secciones de adaptación (pirámides). De esta forma, se ha deducido una estrategia clara de pre-diseño consistente en una suavización del perfil de éstas, algo que como se ha visto, dio origen a las células GTEM. Para estas últimas, consistentes en una geometría puramente piramidal, se ha verificado el aumento de banda que dicha disposición espacial proporciona respecto a las células simétricas, ya que su banda monomodo, definida de igual forma que para las células simétricas, depende de la variable longitudinal (dirección de propagación de la energía); sin embargo, se ha comprobado que su volumen efectivo de comportamiento plano se reduce considerablemente respecto de las células simétricas, algo que provoca que su utilización respecto de estas últimas dependa de cada aplicación.

Para la segunda disposición, tanto en las células TEM simétricas como en las GTEM, el hecho de introducir un elemento bajo test produce una distorsión en el comportamiento plano del campo inherente el mismo. Sin embargo, la geometría de las células simétricas hace que dicha distorsión pueda producir una variación del espectro de resonancias del sistema, y que por ende, éstas no puedan ser empleada en frecuencias presumiblemente viables, algo que como se ha visto, depende de forma clara de las simetrías que la geometría del elemento y su orientación conserven respecto a la célula vacía.

9.2. Líneas futuras

Como en todo proyecto han surgido líneas de actuación que, por tiempo o por alejarse del nivel requerido en un trabajo de la índole de un proyecto fin de carrera, no han podido ser abordadas. Algunas de ellas son:

- Caracterización de las discontinuidades surgidas entre las verdaderas excitaciones y el coaxial rectangular, con el fin de conseguir un análisis más realista de las células.
- Análisis electromagnético de otras estructuras de células TEM, tales como la stripline.
- Análisis de los diferentes efectos que la inclusión de materiales absorbentes producen en el comportamiento de las células que los precisen.
- Estudio de diferentes estructuras que permitan aumentar la región efectiva del coaxial rectangular junto a su banda monomodo.

- Análisis del comportamiento de las células TEM simétricas y GTEM en cuanto a adaptación y generación de modos superiores para perfiles diferentes al piramidal, tales como un Klopfenstein, entre otros.
- Estudio de estrategias efectivas de supresión modal y posterior aplicación al diseño de células TEM.
- Análisis de diferentes técnicas de optimización que, teniendo en cuenta los tres puntos anteriores, permitan concebir células optimizadas en banda.
- Análisis más pormenorizado de la influencia de obstáculos en los diferentes tipos de células.

Parte IV

Apéndices

Apéndice A

Relaciones matemáticas y teoremas de interés

A.1. Teoría de Sturm-Liouville

Los problemas de Sturm-Liouville son aquellos problemas de valores en la frontera que se escriben de la forma:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{df}{dx} \right] + [q(x) + \lambda r(x)] f &= 0 & a < x < b \\ a_1 f(a) + a_2 f'(a) &= 0 \\ b_1 f(b) + b_2 f'(b) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

donde λ es un parámetro y a_1, a_2, b_1, b_2 son reales.

El problema es el determinar para qué valores del parámetro λ existen soluciones no triviales de la ecuación diferencial que cumplan las condiciones en la frontera. Dichas soluciones son conocidas como autofunciones y al valor λ asociado se le conoce como autovalor.

Si las funciones $p(x), p'(x), q(x)$ y $r(x)$ ($p(x) > 0, r(x) > 0$ en $[a, b]$) son funciones reales y continuas en el intervalo $[a, b]$ se dice que el problema es regular. En tal caso, se cumplen una serie de propiedades de enorme utilidad :

1. Los autovalores $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ forman un conjunto numerable creciente de valores reales tales que $\lambda \rightarrow \infty$ cuando $n \rightarrow \infty$, donde la separación entre los mismos disminuye conforme aumenta la longitud del intervalo.
2. Todos los autovalores son simples, es decir, todas las autofunciones asociadas a un mismo autovalor son múltiplos escalares entre sí.
3. Las autofunciones ψ_n asociadas al autovalor λ_n tienen $n - 1$ ceros en el intervalo (a, b) .
4. Las autofunciones $\{\psi_0, \dots, \psi_n\}$ son mutuamente ortogonales respecto al peso $r(x)$ de manera que:

$$\int_a^b \psi_n(x) \psi_m(x) r(x) dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ Q_n^2 & m = n \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

donde Q_n es la norma de ψ_n .

5. Cualquier función arbitraria $f(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial y que cumpla las condiciones de contorno en $x = a$ y $x = b$, puede ser representada en (a, b) de forma completa como una combinación lineal de las autofunciones:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \psi_n(x) \quad \text{con} \quad A_n = \frac{1}{Q_n^2} \int_a^b f(x) \psi_n(x) r(x) dx \quad (\text{A.3})$$

En el caso de que el intervalo (a, b) no esté acotado, $p(x), q(x), r(x)$ no estén acotadas en los extremos del intervalo o $p(x) = 0$ en $x = a$ o $x = b$, el problema de Sturm-Liouville es singular y las propiedades anteriores no se cumplen en general. En este caso, cada problema singular tiene que ser tratado de forma particular. No obstante, se puede demostrar [17] que si en un problema singular el conjunto de autovalores es una secuencia mutuamente ortogonal tal que $\lambda_n > 0 \forall n$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n \rightarrow \infty$, también se garantiza la completitud del conjunto de autofunciones con las expresiones de A.3, siempre que se cumpla que:

$$\left[p(x) f(x) \frac{df(x)}{dx} \right]_{x=a}^{x=b} = 0 \quad \forall n$$

Este es el caso de algunos problemas singulares conocidos, como los de las ecuaciones de Bessel o Legendre.

A.2. Relaciones matriciales e integrales empleadas

- Sean A, B dos matrices, se cumple que $(A \cdot B)^t = A^t B^t$
- Sean A, B dos matrices cuadradas, se cumple $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
- Fórmula de Woodbury (A, U, C, V cuadradas):

$$(A + UCV)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}$$

- Relaciones trigonométricas

$$\begin{aligned} \sin(a \pm b) &= \sin(a) \cos(b) \pm \cos(a) \sin(b) \\ \cos(a \pm b) &= \cos(a) \cos(b) \mp \sin(a) \sin(b) \end{aligned}$$

- Integración por partes

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

- Integrales indefinidas trigonométricas

$$\begin{aligned}
\int e^{ax} dx &= \begin{cases} x; & a = 0 \\ e^{ax}/a; & \text{resto} \end{cases} \\
\int \cos(ax + \alpha) \cos(bx + \beta) dx &= \begin{cases} \cos(\alpha) \cos(\beta)x; & a = b = 0 \\ \frac{\sin(2ax + \alpha + \beta)}{4a} + \frac{x \cos(\alpha - \beta)}{2}; & a = b \neq 0 \\ \frac{\sin[(a+b)x + \alpha + \beta]}{2(a+b)} + \frac{\sin[(a-b)x + \alpha - \beta]}{2(a-b)}; & \text{resto} \end{cases} \\
\int \sin(ax + \alpha) \sin(bx + \beta) dx &= \begin{cases} \sin(\alpha) \sin(\beta)x; & a = b = 0 \\ \frac{x \cos(\alpha - \beta)}{2} - \frac{\sin(2ax + \alpha + \beta)}{4a}; & a = b \neq 0 \\ \frac{\sin[(a-b)x + \alpha - \beta]}{2(a-b)} - \frac{\sin[(a+b)x + \alpha + \beta]}{2(a+b)}; & \text{resto} \end{cases} \\
\int \sin(ax + \alpha) \cos(bx + \beta) dx &= \begin{cases} \sin(\alpha) \cos(\beta)x; & a = b = 0 \\ -\frac{\cos(2ax + \alpha + \beta)}{4a} + \frac{x \sin(\alpha - \beta)}{2}; & a = b \neq 0 \\ -\frac{\cos[(a+b)x + \alpha + \beta]}{2(a+b)} - \frac{\cos[(a-b)x + \alpha - \beta]}{2(a-b)}; & \text{resto} \end{cases}
\end{aligned}$$

Apéndice B

Autofunciones para modos TE, TM y TEM. Normalización.

Como vimos en la sección 3.2.1, las autofunciones asociadas a la componente y en las expresiones de los potenciales en RTG (3.12, 3.13 y 3.14) se deducen para cada modo a partir de la resolución del problema de Sturm-Liouville asociado (3.5, 3.7).

La solución general para la ecuación 3.5 en la región m es:

1. $(k_y^{(m)})^2 > 0$ $Y_m(y) = A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} y) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} y)$
2. $(k_y^{(m)})^2 < 0$ $Y_m(y) = C^{(m)} ch(k_y^{(m)} y) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} y)$
3. $(k_y^{(m)})^2 = 0$ $Y_m(y) = a^{(m)} + b^{(m)} y$

Imponiendo las condiciones 3.7 para cada modo obtenemos unos determinados autovalores posibles $(k_y^{(m)})^2$ y unas autofunciones asociadas de entre las anteriores soluciones.

B.1. Modos TE

- PEC ($y = 0$) / PEC ($y = h_m$)

Imponiendo las condiciones de contorno en este caso tenemos:

$$\begin{aligned} Y^{(m)'}(0) = 0 &\Rightarrow B^{(m)} = D^{(m)} = b^{(m)} = 0 \\ Y^{(m)'}(h_m) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} C^{(m)} = a^{(m)} = 0 \\ -A^{(m)} k_y^{(m)} \sin(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(n-1)\pi}{h_m} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

- PEC ($y = 0$) / PMC ($y = h_m$)

$$\begin{aligned} Y^{(m)'}(0) = 0 &\Rightarrow B^{(m)} = D^{(m)} = b^{(m)} = 0 \\ Y^{(m)}(h_m) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} C^{(m)} = a^{(m)} = 0 \\ A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

- PMC ($y = 0$) / PEC ($y = h_m$)

$$Y^{(m)}(0) = 0 \Rightarrow A^{(m)} = C^{(m)} = a^{(m)} = 0$$

$$Y^{(m)'}(h_m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} D^{(m)} = b^{(m)} = 0 \\ B^{(m)} k_y^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

- PMC ($y = 0$) / PMC ($y = h_m$)

$$Y^{(m)}(0) = 0 \Rightarrow A^{(m)} = C^{(m)} = a^{(m)} = 0$$

$$Y^{(m)}(h_m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} D^{(m)} = b^{(m)} = 0 \\ B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{n\pi}{h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

B.2. Modos TM y TEM

Para el modo TEM tenemos:

- PEC ($y = 0$) / PEC ($y = h_m$)

En primer lugar, consideramos el autovalor $k_y^{(m)} = 0$ ya que en este caso es preciso tenerlo en cuenta para poder garantizar condiciones de Dirichlett no homogéneas. Así:

$$\begin{aligned} Y^{(m)}(0) = V_{0m} &\Rightarrow a^{(m)} = V_{0m} \\ Y^{(m)}(h_m) = V_{1m} &\Rightarrow b^{(m)} = \frac{(V_{1m} - V_{0m})}{h_m} \end{aligned}$$

Para llegar al resto de autovalores, tomamos la solución general:

$$\begin{aligned} Y^{(m)}(y) = V_{0m} + \frac{(V_{1m} - V_{0m})}{h_m} y + A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} y) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} y) + \\ + C^{(m)} ch(k_y^{(m)} y) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} y) \end{aligned}$$

Se tiene que cumplir que $Y^{(m)}(0) = V_{0m}$:

$$A^{(m)} + C^{(m)} = 0 \Rightarrow A^{(m)} = -C^{(m)}$$

Como además $Y^{(m)}(h_m) = V_{1m}$ llegamos a que:

$$A^{(m)} (\cos(k_y^{(m)} h_m) - ch(k_y^{(m)} h_m)) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} h_m) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} h_m) = 0$$

que sólo admite autovalores $k_y^{(m)}$ si $A^{(m)} = D^{(m)} = 0$ y además:

$$B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{n\pi}{h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

- PEC ($y = 0$) / PMC ($y = h_m$)

Al igual que antes, para el autovalor $k_y^{(m)} = 0$ tenemos que:

$$\begin{aligned} Y^{(m)}(0) &= V_{0m} \Rightarrow a^{(m)} = V_{0m} \\ Y^{(m)'}(h_m) &= 0 \Rightarrow b^{(m)} = 0 \end{aligned}$$

Tomando la solución general:

$$Y^{(m)}(y) = V_{0m} + A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} y) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} y) + C^{(m)} ch(k_y^{(m)} y) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} y)$$

se tiene que cumplir:

$$Y^{(m)}(0) = V_{0m} \Rightarrow A^{(m)} = -C^{(m)}$$

y además

$$\begin{aligned} Y^{(m)'}(h_m) = 0 \Rightarrow & k_y^{(m)} (C^{(m)} (\sin(k_y^{(m)} h_m) + sh(k_y^{(m)} h_m)) + \\ & + B^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) + D^{(m)} ch(k_y^{(m)} h_m)) = 0 \end{aligned}$$

que sólo admite autovalores si $C^{(m)} = D^{(m)} = 0$ y además:

$$B^{(m)} k_y^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

■ PMC ($y = 0$) / PEC ($y = h_m$)

Para el autovalor $k_y^{(m)} = 0$ tenemos que:

$$\begin{aligned} Y^{(m)'}(0) &= 0 \Rightarrow b^{(m)} = 0 \\ Y^{(m)}(h_m) &= V_{1m} \Rightarrow a^{(m)} = V_{1m} \end{aligned}$$

Así:

$$Y^{(m)}(y) = V_{1m} + A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} y) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} y) + C^{(m)} ch(k_y^{(m)} y) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} y)$$

Como:

$$Y^{(m)'}(0) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} (B^{(m)} + D^{(m)}) = 0 \Rightarrow B^{(m)} = -D^{(m)}$$

y además

$$\begin{aligned} Y^{(m)}(h_m) = V_{1m} \Rightarrow & A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) + B^{(m)} \sin(k_y^{(m)} h_m) + \\ & + C^{(m)} ch(k_y^{(m)} h_m) + D^{(m)} sh(k_y^{(m)} h_m) = 0 \end{aligned}$$

sólo tenemos autovalores si $B^{(m)} = C^{(m)} = D^{(m)} = 0$ con:

$$A^{(m)} \cos(k_y^{(m)} h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(2n-1)\pi}{2h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \quad \text{donde } B^{(m)} = V_{1m}$$

- PMC ($y = 0$) / PMC ($y = h_m$)

$$Y^{(m)'}(0) = 0 \Rightarrow B^{(m)} = D^{(m)} = b^{(m)} = 0$$

$$Y^{(m)'}(h_m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} C^{(m)} = a^{(m)} = 0 \\ -A^{(m)}k_y^{(m)} \sin(k_y^{(m)}h_m) = 0 \Rightarrow k_y^{(m)} = \frac{(n-1)\pi}{h_m} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

El potencial de los modos TM es una particularización del potencial para modos TEM en el caso de condiciones homogéneas de Dirichlett. Así, las autofunciones son las mismas que para el modo TEM excluyendo el autovalor $k_y^{(m)} = 0$ y por tanto el término lineal.

B.3. Normalización

Las autofunciones calculadas anteriormente forman una base ortogonal (ver A.1). Para encontrar la base ortonormal asociada debemos dividir las mismas por su norma. Ésta, para las autofunciones asociadas a modos TE con condiciones en la frontera PEC/PEC o a modos TM/TEM con condiciones PMC/PMC valdría:

$$Q^{(m)} = \sqrt{\int_0^{h_m} \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{h_m}y\right) \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{h_m}y\right) dy} = \begin{cases} \sqrt{h_m} & n = 1 \\ \sqrt{\frac{h_m}{2}} & n = 2, 3, \dots \end{cases}$$

Para el resto de los casos, la norma es igual a $\sqrt{\frac{h_m}{2}}$ para todos los valores de n . Esto, unido a la inclusión del factor $(k_{xn}^{(m)})^{-1/2}$ con el objetivo de que se normalicen los términos $k_{xn}^{(m)}$ que aparecen tras las derivadas de los potenciales, hace que las constantes de normalización para las expresiones 3.12, 3.13, 3.14 sean:

$$\Pi_n^{(m)} = \sqrt{\frac{2}{h_m}} (k_{xn}^{(m)})^{-1/2}$$

Esta constante de normalización es válida para todos los casos enunciados anteriormente siempre y cuando en la autofunción asociada a modos TE (PEC/PEC) o TM/TEM (PMC/PMC) incluyamos el término:

$$\frac{1}{\sqrt{\varsigma_n^{(m)}}} = \begin{cases} \varsigma_n^{(m)} = 2 & n = 1 \\ \varsigma_n^{(m)} = 1 & n = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (\text{Ver Tabla 3.2})$$

Apéndice C

Método de Galerkin para RTG

Sustituyendo en las expresiones 3.2, 3.3 los potenciales dados por 3.15, 3.16, cada una de las condiciones de contorno que deben cumplir los campos en una discontinuidad transversal (ver 3.3.2) se pueden escribir como:

$$\text{a)} \quad E_z^{(m)} = E_z^{(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in [h_d, h_d+h_{m+1}]} ; E_z^{(m)} = 0 \Big|_{x=0}^{y \in [0, h_d]; [h_d+h_{m+1}, h_m]}$$

Las condiciones anteriores se convierten en:

$$F_E^{d(m)} = F_E^{i(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in [h_d, h_d+h_{m+1}]} ; F_E^{d(m)} = 0 \Big|_{x=0}^{y \in [0, h_d]; [h_d+h_{m+1}, h_m]}$$

es decir, que:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) &= \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) \Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \Big|_{x=0}^{y \in A} \\ \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) &= 0 \Big|_{x=0}^{y \in C_1; C_2} \end{aligned}$$

donde $A = [h_d, h_d + h_{m+1}]$, $C_1 = [h_d, h_d + h_{m+1}]$ y $C_2 = [h_d + h_{m+1}, h_m]$.

Multiplicando la primera igualdad por la función test $\Pi_k^{(m)} \psi_k^{(m)}(y)$ e integrando en el intervalo donde está definida, obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_A \Pi_n^{(m)} \Pi_k^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy &= \\ = \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) \int_A \Pi_k^{(m)} \Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \psi_k^{(m)}(y) dy & \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Multiplicando la segunda igualdad por la función test $\Pi_k^{(m)} \psi_k^{(m)}(y)$ e integrando, conseguimos las relaciones:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_{C_1} \Pi_n^{(m)} \Pi_k^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy &= 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_{C_2} \Pi_n^{(m)} \Pi_k^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy &= 0 \end{aligned}$$

Si evaluamos la integral

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_{H_m} \Pi_k^{(m)} \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy$$

donde $H_m = [0, h_m]$, llegamos a:

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \left[\left(\int_{C_1} + \int_{C_2} + \int_A \right) \Pi_k^{(m)} \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy \right]$$

que con las relaciones anteriores se reduce a:

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_A \Pi_k^{(m)} \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy$$

Pero por la propiedad 4 de los problemas de Sturm-Liouville las autofunciones son mutuamente ortogonales en H_m , lo que unido a la normalización empleada nos permite deducir que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) \int_A \Pi_k^{(m)} \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \psi_k^{(m)}(y) dy = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) (k_{xn}^{(m)})^{-1}$$

Sustituyendo la relación anterior en C.1 , finalmente llegamos a que:

$$(B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) = \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) k_{xn}^{(m)} \int_A \Pi_n^{(m)} \Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \psi_n^{(m)}(y) dy$$

o lo que es lo mismo:

$$(B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) = \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) X_{jn}$$

siendo

$$X_{jn} = \frac{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \psi_n^{(m)}(y) dy$$

$$\text{b) } H_z^{(m)} = H_z^{(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in [h_d, h_d + h_{m+1}]}$$

La condición anterior se convierte en:

$$F_H^{d(m)} = F_H^{i(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in (h_d, h_d + h_{m+1})}$$

es decir, que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (B_{Hn}^{d(m)} - A_{Hn}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} \Phi_n^{(m)}(y) = \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Hj}^{i(m+1)} - B_{Hj}^{i(m+1)}) \Pi_j^{(m+1)} \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) \Big|_{x=0}^{y \in A}$$

Multiplicando la igualdad anterior por la función test $\Pi_k^{(m+1)} \Phi_k^{(m+1)}(y - h_d)$, integrando en $A = [h_d, h_d + h_{m+1}]$ y teniendo en cuenta la propiedad de ortonormalidad de las autofunciones en el intervalo, obtenemos:

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} (-B_{Hn}^{d(m)} + A_{Hn}^{d(m)}) Y_{jn} = (-A_{Hj}^{i(m+1)} + B_{Hj}^{i(m+1)})}$$

donde:

$$Y_{jn} = \frac{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \Phi_n^{(m)}(y) \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) dy$$

$$\text{c) } E_y^{(m)} = E_y^{(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in [h_d, h_d + h_{m+1}]} ; E_y^{(m)} = 0 \Big|_{x=0}^{y \in [0, h_d]; [h_d + h_{m+1}, h_m]}$$

Las condiciones anteriores se convierten en:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_E^{d(m)}}{\partial y} - \frac{jw\mu_m}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_H^{d(m)}}{\partial x} &= \frac{\gamma}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \frac{\partial F_E^{i(m+1)}}{\partial y} - \frac{jw\mu_{m+1}}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \frac{\partial F_H^{i(m+1)}}{\partial x} \Big|_{x=0}^{y \in A} \\ \frac{\gamma}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_E^{d(m)}}{\partial y} - \frac{jw\mu_m}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_E^{d(m)}}{\partial x} &= 0 \Big|_{x=0}^{y \in [0, h_d]; [h_d + h_{m+1}, h_m]} \end{aligned}$$

Debido a que en el intervalo $A = [h_d, h_d + h_{m+1}]$ se cumple $F_E^{d(m)} = F_E^{i(m+1)}$, la primera igualdad, tras la multiplicación por el factor $\frac{(\gamma_c^{(m)})^2}{-jw\mu_m}$, quedaría:

$$\frac{\partial F_H^{d(m)}}{\partial x} = \frac{\gamma}{jw\mu_m(\gamma_c^{(m)})^2} \left(1 - \frac{(\gamma_c^{(m)})^2}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \right) \frac{\partial F_E^{i(m+1)}}{\partial y} + \frac{\mu_{m+1}(\gamma_c^{(m)})^2}{\mu_m(\gamma_c^{(m+1)})^2} \frac{\partial F_H^{i(m+1)}}{\partial x}$$

Sustituyendo los potenciales en la expresión anterior llegamos a:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} k_{xn}^{(m)} (B_{Hn}^{d(m)} + A_{Hn}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} \Phi_n^{(m)}(y) &= C_\mu^\gamma \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) \Pi_j^{(m+1)} (\psi_j^{(m+1)}(y - h_d))' + \\ &+ C_\mu^m \sum_{j=1}^{\infty} k_{xj}^{(m+1)} (A_{Hj}^{i(m+1)} + B_{Hj}^{i(m+1)}) \Pi_j^{(m+1)} \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) \end{aligned}$$

siendo

$$C_\mu^\gamma = \frac{\gamma}{jw\mu_m} \left(1 - \frac{(\gamma_c^{(m)})^2}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \right) ; C_\mu^m = \frac{\mu_{m+1}(\gamma_c^{(m)})^2}{\mu_m(\gamma_c^{(m+1)})^2}$$

y donde $(\psi_j^{(m+1)}(y - h_d))'$ es la derivada respecto de la variable y de la función $\psi_j^{(m+1)}(y - h_d)$.

Actuando del mismo modo que en a), esto es, multiplicar por la función test $\Pi_k^{(m)} \Phi_k^{(m)}(y)$, integrar en el intervalo $A = [h_d, h_d + h_{m+1}]$ y emplear la condición de anulación de $E_y^{(m)}$ junto con las propiedades de ortonormalidad de las autofunciones, finalmente obtenemos:

$$\boxed{(B_{Hn}^{d(m)} + A_{Hn}^{d(m)}) = C_\mu^\gamma \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) X_{jn}^\Psi + C_\mu^m \sum_{j=1}^{\infty} (A_{Hj}^{i(m+1)} + B_{Hj}^{i(m+1)}) Y_{jn}}$$

donde:

$$X_{jn}^\Psi = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A (\psi_j^{(m+1)}(y - h_d))' \Phi_n^{(m)}(y) dy$$

$$Y_{jn} = \frac{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}}{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) \Phi_n^{(m)}(y) dy$$

$$\mathbf{d)} \quad H_y^{(m)} = H_y^{(m+1)} \Big|_{x=0}^{y \in [h_d, h_d + h_{m+1}]}$$

La condición anterior se convierte en:

$$\frac{\gamma}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_H^{d(m)}}{\partial y} + \frac{jw\varepsilon_m}{(\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_E^{d(m)}}{\partial x} = \frac{\gamma}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \frac{\partial F_H^{i(m+1)}}{\partial y} + \frac{jw\varepsilon_{m+1}}{(\gamma_c^{(m+1)})^2} \frac{\partial F_E^{i(m+1)}}{\partial x} \Big|_{x=0}^{y \in A}$$

Multiplicando la expresión anterior por $\frac{(\gamma_c^{(m+1)})^2}{jw\varepsilon_{m+1}}$ y teniendo en cuenta que $F_H^{d(m)} = F_H^{i(m+1)}$ en $A = [h_d, h_d + h_{m+1}]$ podemos reescribir ésta como:

$$\frac{\partial F_E^{i(m+1)}}{\partial x} = \frac{\gamma}{jw\varepsilon_{m+1}} \left(\frac{(\gamma_c^{(m+1)})^2}{(\gamma_c^{(m)})^2} - 1 \right) \frac{\partial F_H^{d(m)}}{\partial y} + \frac{\varepsilon_m (\gamma_c^{(m+1)})^2}{\varepsilon_{m+1} (\gamma_c^{(m)})^2} \frac{\partial F_E^{d(m)}}{\partial x}$$

es decir que:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} k_{xj}^{(m+1)} (A_{Ej}^{i(m+1)} - B_{Ej}^{i(m+1)}) \Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) = \\ & = C_\varepsilon^\gamma \sum_{n=1}^{\infty} (B_{Hn}^{d(m)} - A_{Hn}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} (\Phi_n^{(m)}(y))' + C_\varepsilon^m \sum_{n=1}^{\infty} k_{xn}^{(m)} (B_{En}^{d(m)} - A_{En}^{d(m)}) \Pi_n^{(m)} \psi_n^{(m)}(y) \end{aligned}$$

siendo

$$C_\varepsilon^\gamma = \frac{\gamma}{jw\varepsilon_{m+1}} \left(\frac{(\gamma_c^{(m+1)})^2}{(\gamma_c^{(m)})^2} - 1 \right); \quad C_\varepsilon^m = \frac{\varepsilon_m (\gamma_c^{(m+1)})^2}{\varepsilon_{m+1} (\gamma_c^{(m)})^2}$$

Multiplicando por la función test $\Pi_j^{(m+1)} \psi_j^{(m+1)}(y - h_d)$, integrando en el intervalo A y teniendo en cuenta la ortonormalidad de las autofunciones llegamos a que:

$$\boxed{(-A_{Ej}^{i(m+1)} + B_{Ej}^{i(m+1)}) = C_\varepsilon^\gamma \sum_{n=1}^{\infty} (-B_{Hn}^{d(m)} + A_{Hn}^{d(m)}) X_{jn}^\Phi + C_\varepsilon^m \sum_{n=1}^{\infty} (-B_{En}^{d(m)} + A_{En}^{d(m)}) X_{jn}}$$

donde:

$$X_{jn}^\Phi = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) (\Phi_n^{(m)}(y))' dy$$

$$X_{jn} = \frac{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \psi_n^{(m)}(y) dy$$

Truncando los sumatorios de los potenciales en cada región a N_m (Región m) y a N_{m+1} (Región $m+1$) podemos definir las matrices de coeficientes:

$$A_E^{d(m)} = \begin{bmatrix} A_{E1}^{d(m)} \\ \dots \\ A_{EN_m}^{d(m)} \end{bmatrix}; \quad B_E^{d(m)} = \begin{bmatrix} B_{E1}^{d(m)} \\ \dots \\ B_{EN_m}^{d(m)} \end{bmatrix}; \quad A_H^{d(m)} = \begin{bmatrix} A_{H1}^{d(m)} \\ \dots \\ A_{HN_m}^{d(m)} \end{bmatrix}; \quad B_H^{d(m)} = \begin{bmatrix} B_{H1}^{d(m)} \\ \dots \\ B_{HN_m}^{d(m)} \end{bmatrix}$$

$$A_E^{i(m+1)} = \begin{bmatrix} A_{E1}^{i(m+1)} \\ \dots \\ A_{EN_{m+1}}^{i(m+1)} \end{bmatrix} \quad \dots \quad \text{Dimensión } N_{m+1} \times 1$$

y las matrices de cruce:

$$[X_{jn}] = \frac{\sqrt{k_{xn}^{(m)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) \psi_n^{(m)}(y) dy \quad (N_{m+1} \times N_m)$$

$$[Y_{jn}] = \frac{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)}}}{\sqrt{k_{xj}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \Phi_j^{(m+1)}(y - h_d) \Phi_n^{(m)}(y) dy \quad (N_{m+1} \times N_m)$$

$$[X_{jn}^\Psi] = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A (\psi_j^{(m+1)}(y - h_d))' \Phi_n^{(m)}(y) dy \quad (N_{m+1} \times N_m)$$

$$[X_{jn}^\Phi] = \frac{1}{\sqrt{k_{xj}^{(m+1)} k_{xn}^{(m)}}} \sqrt{\frac{2}{h_m}} \sqrt{\frac{2}{h_{m+1}}} \int_A \psi_j^{(m+1)}(y - h_d) (\Phi_n^{(m)}(y))' dy \quad (N_{m+1} \times N_m)$$

Con estas definiciones, podemos reescribir las igualdades obtenidas anteriormente mediante un sistema matricial:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_H^{d(m)} + B_H^{d(m)} = C_\mu^m Y^t (A_H^{i(m+1)} + B_H^{i(m+1)}) + C_\mu^\gamma (X^\Psi)^t (A_E^{i(m+1)} + B_E^{i(m+1)}) \\ B_E^{d(m)} + A_E^{d(m)} = X^t (A_E^{i(m+1)} + B_E^{i(m+1)}) \\ Y(-B_H^{d(m)} + A_H^{d(m)}) = -A_H^{i(m+1)} + B_H^{i(m+1)} \\ C_\varepsilon^\gamma X^\Phi (-B_H^{d(m)} + A_H^{d(m)}) + C_\varepsilon^m X(-B_E^{d(m)} + A_E^{d(m)}) = -A_E^{i(m+1)} + B_E^{i(m+1)} \end{array} \right. \quad (C.2)$$

Si ahora definimos las matrices:

$$\begin{aligned}
 A^{d(m)} &= \begin{bmatrix} A_{H1}^{d(m)} \\ \dots \\ A_{HN_m}^{d(m)} \\ A_{E1}^{d(m)} \\ \dots \\ A_{EN_m}^{d(m)} \end{bmatrix}; \quad B^{d(m)} = \begin{bmatrix} B_{H1}^{d(m)} \\ \dots \\ B_{HN_m}^{d(m)} \\ B_{E1}^{d(m)} \\ \dots \\ B_{EN_m}^{d(m)} \end{bmatrix} \quad (2N_m \times 2N_m) \\
 A^{i(m+1)} &= \begin{bmatrix} A_{H1}^{i(m+1)} \\ \dots \\ A_{HN_{m+1}}^{i(m+1)} \\ A_{E1}^{i(m+1)} \\ \dots \\ A_{EN_{m+1}}^{i(m+1)} \end{bmatrix}; \quad B^{i(m+1)} = \begin{bmatrix} B_{H1}^{i(m+1)} \\ \dots \\ B_{HN_{m+1}}^{i(m+1)} \\ B_{E1}^{i(m+1)} \\ \dots \\ B_{EN_{m+1}}^{i(m+1)} \end{bmatrix} \quad (2N_{m+1} \times 2N_{m+1})
 \end{aligned}$$

el sistema anterior quedaría compactado a:

$$\begin{aligned}
 A^{d(m)} + B^{d(m)} &= \begin{bmatrix} C_\mu^m Y^t & C_\mu^\gamma (X^\Psi)^t \\ 0 & X^t \end{bmatrix} (A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)}) \\
 \begin{bmatrix} Y & 0 \\ C_\varepsilon^\gamma X^\Phi & C_\varepsilon^m X \end{bmatrix} (A^{d(m)} - B^{d(m)}) &= -A^{i(m+1)} + B^{i(m+1)}
 \end{aligned}$$

Apéndice D

MM: Formulación mediante guía ficticia que contiene a las de entrada y salida

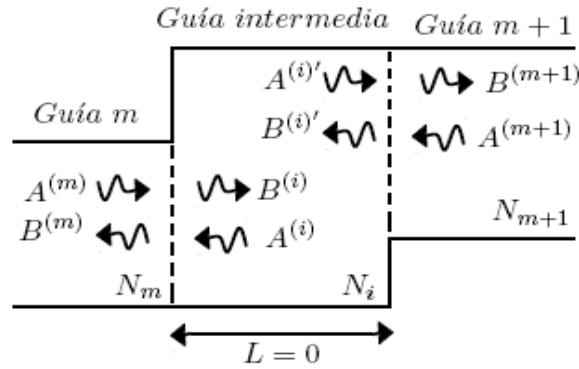


Figura D.1: Esquema de las guías que intervienen en el desarrollo de la formulación

En el apartado 4.2, se estudió el método de ajuste modal en su forma más general (recubrimiento parcial) para el caso en el que se tomase como intermediaria en el proceso una guía ficticia de volumen nulo cuya sección fuese equivalente a la apertura. Tal y como se vio en el apartado 4.3.3, existe otra formulación posible que consiste en tomar como intermediaria una guía cuya sección contenga a las de entrada y salida. El estudio de ésta puede ser de utilidad, ya que con ella se puede producir una convergencia más efectiva en determinados tipos de problemas (ver apartado 4.3.3).

La figura D.1 muestra las secciones de guía que intervienen en un ajuste para esta nueva formulación. En ellas, se definen: $\vec{e}_{tn}^{(m)}, \vec{e}_{tn}^{(m+1)}$ como los campos eléctricos tangenciales en las guías de entrada m y $m+1$, que se expresan como la combinación de sus N_m y N_{m+1} modos con sus respectivas amplitudes (ver figura), y $\vec{h}_{tj}^{(i)}$ como el campo magnético en la guía intermedia, expresado también como la combinación de sus N_i modos.

Bajo estas consideraciones, para las dos discontinuidades de la figura, se pueden escribir

los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{aligned}(X^{(m,i)})^t(A^{(m)} + B^{(m)}) &= Q^{(i)}(A^{(i)} + B^{(i)}) \\ Q^{(m)}(A^{(m)} - B^{(m)}) &= X^{(m,i)}(-A^{(i)} + B^{(i)}) \\ Q^{(i)}(A^{(i)'} + B^{(i)'}) &= (X^{(m+1,i)})^t(A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) \\ X^{(m+1,i)}(A^{(i)'} - B^{(i)'}) &= Q^{(m+1)}(-A^{(m+1)} + B^{(m+1)})\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}[X_{n,j}^{(m,i)}] &= \iint_{S_m} (\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \vec{h}_{tj}^{(i)}) d\vec{S} \quad (N_m \times N_i) \\ [X_{n,j}^{(m+1,i)}] &= \iint_{S_{m+1}} (\vec{e}_{tn}^{(m+1)} \times \vec{h}_{tj}^{(i)}) d\vec{S} \quad (N_{m+1} \times N_i) \\ Q^{(m)} &= \text{diag}(Q_n^{(m)}) = \iint_{S_m} (\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \vec{h}_{tn}^{(m)}) d\vec{S} \quad (N_m \times N_m) \\ Q^{(m+1)} &= \text{diag}(Q_n^{(m+1)}) = \iint_{S_{m+1}} (\vec{e}_{tn}^{(m+1)} \times \vec{h}_{tn}^{(m+1)}) d\vec{S} \quad (N_{m+1} \times N_{m+1}) \\ Q^{(i)} &= \text{diag}(Q_n^{(i)}) = \iint_{S_i} (\vec{e}_{tn}^{(i)} \times \vec{h}_{tn}^{(i)}) d\vec{S} \quad (N_i \times N_i)\end{aligned}$$

y siendo S_m, S_{m+1}, S_i las secciones de las guías $m, m+1$ e intermedia.

Como $A^{(i)'} = B^{(i)}$ y $B^{(i)'} = A^{(i)}$ para $L = 0$, podemos reescribir los sistemas anteriores como:

$$\begin{aligned}(X^{(m,i)})^t(A^{(m)} + B^{(m)}) &= (X^{(m+1,i)})^t(A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) \\ Q^{(m)}(A^{(m)} - B^{(m)}) &= X^{(m,i)}b^{(i)} \\ Q^{(m+1)}(-A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) &= X^{(m+1,i)}b^{(i)}\end{aligned} \tag{D.1}$$

siendo

$$b^{(i)} = (-A^{(i)} + B^{(i)}) = (A^{(i)'} - B^{(i)'})$$

Al igual que en el apartado 4.2, las variables del sistema anterior puede ser relacionadas en forma de matriz GSM:

■ **Obtención de S_{11} y S_{21}**

$$\begin{cases} B^{(m)} = S_{11}A^{(m)} \\ B^{(m+1)} = S_{21}A^{(m)} \end{cases} \quad \text{si } A^{(m+1)} = 0$$

Haciendo $A^{(m+1)} = 0$, el sistema D.1 queda reducido a:

$$(X^{(m,i)})^t(A^{(m)} + B^{(m)}) = (X^{(m+1,i)})^t B^{(m+1)} \tag{D.2}$$

$$Q^{(m)}(A^{(m)} - B^{(m)}) = X^{(m,i)}b^{(i)} \tag{D.3}$$

$$Q^{(m+1)}B^{(m+1)} = X^{(m+1,i)}b^{(i)} \tag{D.4}$$

Despejando de D.3, obtenemos la expresión:

$$B^{(m)} = A^{(m)} - (Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}b^{(i)}$$

que introducida en D.2 da:

$$(X^{(m,i)})^t(2A^{(m)} - (Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}b^{(i)}) = (X^{(m+1,i)})^tB^{(m+1)}$$

o lo que es lo mismo

$$2(X^{(m,i)})^tA^{(m)} = (X^{(m,i)})^t(Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}b^{(i)} + (X^{(m+1,i)})^tB^{(m+1)}$$

Teniendo en cuenta la ecuación D.4, la anterior puede reescribirse como:

$$2(X^{(m,i)})^tA^{(m)} = \left((X^{(m,i)})^t(Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)} + (X^{(m+1,i)})^t(Q^{(m+1)})^{-1}X^{(m+1,i)} \right) b^{(i)}$$

Despejando $b^{(i)}$ se llega a que:

$$b^{(i)} = 2 \left((X^{(m,i)})^t(Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)} + (X^{(m+1,i)})^t(Q^{(m+1)})^{-1}X^{(m+1,i)} \right)^{-1} (X^{(m,i)})^tA^{(m)}$$

Si introducimos el valor obtenido de $b^{(i)}$ en D.3, se obtiene:

$$(A^{(m)} - B^{(m)}) = (Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}F(X^{(m,i)})^tA^{(m)}$$

donde:

$$F = 2[(X^{(m,i)})^t(Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)} + (X^{(m+1,i)})^t(Q^{(m+1)})^{-1}X^{(m+1,i)}]^{-1}$$

Reordenando la expresión anterior:

$$B^{(m)} = (I_d^{N_m} - (Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}F(X^{(m,i)})^t)A^{(m)}$$

se llega finalmente a que:

$$S_{11} = I_d^{N_m} - (Q^{(m)})^{-1}X^{(m,i)}F(X^{(m,i)})^t$$

Para obtener S_{21} , basta con introducir el valor de $b^{(i)}$ en D.4:

$$B^{(m+1)} = (Q^{(m+1)})^{-1}X^{(m+1,i)}F(X^{(m,i)})^tA^{(m)}$$

es decir que:

$$S_{21} = (Q^{(m+1)})^{-1}X^{(m+1,i)}F(X^{(m,i)})^t$$

■ Obtención de S_{22} y S_{12}

$$\begin{cases} B^{(m)} = S_{12}A^{(m+1)} \\ B^{(m+1)} = S_{22}A^{(m+1)} \end{cases} \quad \text{si } A^{(m)} = 0$$

Haciendo $A^{(m)} = 0$, el sistema D.1 queda reducido a:

$$(X^{(m,i)})^tB^{(m)} = (X^{(m+1,i)})^t(A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) \quad (\text{D.5})$$

$$Q^{(m)}B^{(m)} = -X^{(m,i)}b^{(i)} \quad (\text{D.6})$$

$$Q^{(m+1)}(-A^{(m+1)} + B^{(m+1)}) = X^{(m+1,i)}b^{(i)} \quad (\text{D.7})$$

De D.7, obtenemos la expresión:

$$B^{(m+1)} = A^{(m+1)} + (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} b^{(i)}$$

que introducida en D.5 da:

$$(X^{(m,i)})^t B^{(m)} = 2(X^{(m+1,i)})^t A^{(m+1)} + (X^{(m+1,i)})^t (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} b^{(i)}$$

Teniendo en cuenta D.6, la anterior puede reescribirse como:

$$-2(X^{(m+1,i)})^t A^{(m+1)} = \left((X^{(m,i)})^t (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} + (X^{(m+1,i)})^t (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} \right) b^{(i)}$$

Despejando $b^{(i)}$ se llega a que:

$$b^{(i)} = -F(X^{(m+1,i)})^t A^{(m+1)}$$

Introduciendo el valor obtenido de $b^{(i)}$ en la tercera ecuación, tenemos que:

$$B^{(m+1)} = (I_d^{N_{m+1}} - (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} F(X^{(m+1,i)})^t) A^{(m+1)}$$

y por tanto:

$$S_{22} = I_d^{N_{m+1}} - (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} F(X^{(m+1,i)})^t$$

Introduciendo $b^{(i)}$ en D.6, llegamos además a que:

$$B^{(m)} = (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} F(X^{(m+1,i)})^t A^{(m+1)}$$

es decir:

$$S_{12} = (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} F(X^{(m+1,i)})^t$$

La matriz GSM para esta formulación quedaría entonces como:

$$S = \begin{bmatrix} I_d^{N_m} - (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} F(X^{(m,i)})^t & (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} F(X^{(m+1,i)})^t \\ (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} F(X^{(m,i)})^t & I_d^{N_{m+1}} - (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} F(X^{(m+1,i)})^t \end{bmatrix}$$

siendo

$$F = 2 \left[(X^{(m,i)})^t (Q^{(m)})^{-1} X^{(m,i)} + (X^{(m+1,i)})^t (Q^{(m+1)})^{-1} X^{(m+1,i)} \right]^{-1} \quad (N_i \times N_i)$$

y

$$\begin{aligned} [X_{n,j}^{(m,i)}] &= \iint_{S_m} (\vec{e}_{tn}^{(m)} \times \vec{h}_{tj}^{(i)}) d\vec{S} \quad (N_m \times N_i) \\ [X_{n,j}^{(m+1,i)}] &= \iint_{S_{m+1}} (\vec{e}_{tn}^{(m+1)} \times \vec{h}_{tj}^{(i)}) d\vec{S} \quad (N_{m+1} \times N_i) \end{aligned}$$

Apéndice E

Integrales de cruce en técnicas híbridas RTG-MM

Como ya se vio en el capítulo 3, los potenciales de los modos TE, TM y TEM en una sección transversal cartesiana pueden expresarse, para cada región transversal separable m de la misma, como:

$$F_{E,H,O}^{(m)}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n^{(m)} e^{-k_{xn}^{(m)} x} + B_n^{(m)} e^{k_{xn}^{(m)} x}) \Psi_n^{(m)}(y) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n^{(m)}(x) \Psi_n^{(m)}(y) \quad (\text{E.1})$$

siendo

$$\Psi_n^{(m)} = \begin{cases} \Phi_n^{(m)}(y) & TE \text{ (E)} \\ \psi_n^{(m)}(y) & TM \text{ (H)} \\ \Theta_n^{(m)}(y) & TEM \text{ (O)} \end{cases} \quad (\text{Ver apartado 3.3.1})$$

Así, si la caracterización de dos sistemas de guiado que forman una discontinuidad viene determinada por RTG, cada modo, en cada región transversal, estará descrito para cada una de las guías mediante E.1, 3.2, 3.3, y por tanto, por una expresión en forma de sumatorio.

A la hora de evaluar dicha discontinuidad mediante MM, debido a que cada guía está segmentada en su forma particular, es necesario separar la apertura en todas las regiones que surgen en la intersección entre los segmentos locales de una de ellas respecto a los de la otra

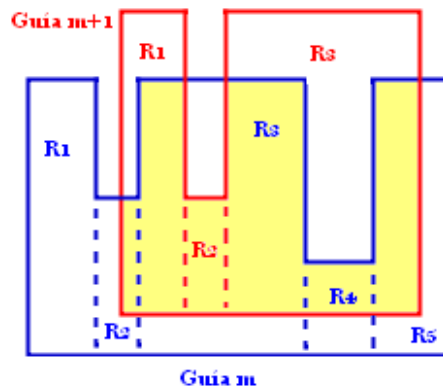


Figura E.1: Discontinuidad formada por dos guías caracterizables por RTG.

(figura E.1). Si en una de estas k regiones, para cada guía, los potenciales asociados a cada modo vienen dados por:

$$\begin{aligned} F_{E,H,O}^{(k,m+1)}(x,y) &= \sum_{n=0}^{N_{tér}^{(k,m+1)}} X_n^{(k,m+1)}(x) \Psi_n^{(k,m+1)}(y) \\ F_{E,H,O}^{(k,m)}(x,y) &= \sum_{j=0}^{N_{tér}^{(k,m)}} X_j^{(k,m)}(x) \Psi_j^{(k,m)}(y) \end{aligned} \quad (E.2)$$

las integrales de cruce (término dimensional ¹) entre dos modos cualesquiera pueden ser escritas como (tabla 4.1):

$$\tilde{X}_{nj}^{(m+1,m)} = \begin{cases} \iint_S (\nabla_t F_{E,H,O}^{(m+1)} \nabla_t F_{E,H,O}^{(m)}) dS = \iint_S \left(\frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial x} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial x} + \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial y} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial y} \right) dS \\ \iint_S (\nabla_t F_{E,H,O}^{(m+1)} \times \nabla_t F_{E,H,O}^{(m)}) d\vec{S} = \iint_S \left(\frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial y} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial x} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial y} \right) dS \end{cases}$$

Para los cruces que corresponden al primer caso, sustituyendo los potenciales por E.2, obtenemos que:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{nj}^{(m+1,m)} &= \iint_S \left(\frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial x} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial x} + \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial y} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial y} \right) dS = \\ &= \sum_{n=0}^{N_{tér}^{(k,m+1)}} \sum_{j=0}^{N_{tér}^{(k,m)}} I_{njx'x'}^{(k,m+1,m)} I_{njjy}^{(k,m+1,m)} + I_{njxx}^{(k,m+1,m)} I_{njj'y'}^{(k,m+1,m)} \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} I_{njx'x'}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kX} X_n^{(k,m+1)'}(x) X_j^{(k,m)'}(x) dx; & I_{njjy}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kY} \Psi_n^{(k,m+1)}(y) \Psi_j^{(k,m)}(y) dy \\ I_{njxx}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kX} X_n^{(k,m+1)}(x) X_j^{(k,m)}(x) dx; & I_{njj'y'}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kY} \Psi_n^{(k,m+1)'}(y) \Psi_j^{(k,m)'}(y) dy \end{aligned}$$

Para el segundo caso, tendríamos que:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{nj}^{(m+1,m)} &= \iint_S \left(\frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial y} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m+1)}}{\partial x} \frac{\partial F_{E,H,O}^{(m)}}{\partial y} \right) dS = \\ &= \sum_{n=0}^{N_{tér}^{(k,m+1)}} \sum_{j=0}^{N_{tér}^{(k,m)}} I_{njxx'}^{(k,m+1,m)} I_{njj'y}^{(k,m+1,m)} - I_{njx'x}^{(k,m+1,m)} I_{njjyy'}^{(k,m+1,m)} \end{aligned}$$

siendo:

$$\begin{aligned} I_{njxx'}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kX} X_n^{(k,m+1)}(x) X_j^{(k,m)'}(x) dx; & I_{njj'y}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kY} \Psi_n^{(k,m+1)'}(y) \Psi_j^{(k,m)}(y) dy \\ I_{njx'x}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kX} X_n^{(k,m+1)'}(x) X_j^{(k,m)}(x) dx; & I_{njjyy'}^{(k,m+1,m)} &= \int_{kY} \Psi_n^{(k,m+1)}(y) \Psi_j^{(k,m)'}(y) dy \end{aligned}$$

¹Campos escritos como 4.2.4 a)

Las funciones $X_n^{(k,m+1)(k,m)}$ son exponenciales y $\Psi_n^{(k,m+1)(k,m)'}$ trigonométricas (ver tabla 3.2), por lo que todas las integrales anteriores son analíticas (ver Apéndice A). No obstante, aun en ese caso, la existencia de un doble sumatorio hace que el tiempo de computación de cada integral de cruce sea elevado, por lo que el número de términos a emplear en RTG suele ser determinante a la hora de evaluar el tiempo total que se necesita para resolver un problema híbrido RTG-MM.

Para ciertos casos (normalización de modos, etc), las subintegrales asociadas a la variable y pueden ser tales que sus integrandos formen una base ortogonal, haciéndose nulas para $n \neq j$. En este caso, el doble sumatorio se convierten en uno simple, reduciéndose así el tiempo de computación.

Bibliografía

- [1] M. L. Crawford, “Generation of standard em fields using tem transmission cells,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, no. 4, pp. 189–195, Nov. 1974. [7](#)
- [2] J. E. Page, *Ondas Planas*. Servicio de Publicaciones de la ETSIT UPM, 1983. [8](#)
- [3] M. L. Crawford, J. L. Workman, and C. L. Thomas, “Expanding the bandwidth of tem cells for emc measurements,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, no. 3, pp. 368–375, Aug. 1978. [9](#), [104](#)
- [4] D. Knigstein and D. Hansen, “A new family of tem cells with enlarged bandwidth and optimized working volume,” *Proceedings of the 7th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 127–132, 1987. [9](#)
- [5] J. D. Gavenda and M. D. Foegelle, “A strip-line tem cell for measuring electromagnetic emissions,” in *Proc. Symposium Record Electromagnetic Compatibility IEEE 1991 International Symposium on*, 12–16 Aug. 1991, pp. 17–18. [10](#)
- [6] D. Fei, W. Mi, and S. Donglin, “A design of new twin tem cells,” in *Proc. IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications MAPE 2005*, vol. 1, 8–12 Aug. 2005, pp. 10–13. [11](#)
- [7] M. Klingler, S. Egot, J. P. Ghys, and J. Rioult, “On the use of 3-d tem cells for total radiated power measurements,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 44, no. 2, pp. 364–372, May 2002. [12](#), [13](#)
- [8] R. Sreenivasiah and D. Chang, “Characterization of electrically small radiating sources by test inside a transmission line cell,” *National Bureau of Standards*, 1980. [13](#)
- [9] A. Engel, “Model of ic emissions into a tem cell,” in *Proc. IEEE 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 18–22 Aug. 1997, pp. 197–202. [13](#)
- [10] E. F. Andrews, H. B. Lim, D. Xiao, S. Khamas, P. L. Starke, S. P. Ang, A. T. Barker, G. G. Cook, L. A. Coulton, and A. Scutt, “Investigation of sar uniformity in tem cell exposed culture media,” in *Proc. IEE Antenna Measurements and SAR AMS 2004*, 25–26 May 2004, pp. 71–74. [13](#)
- [11] J. Schuderer, D. Spat, T. Samaras, W. Oesch, and N. Kuster, “In vitro exposure systems for rf exposures at 900 mhz,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 8, pp. 2067–2075, Aug. 2004. [13](#)
- [12] A. Manara, “Measurement of material shielding effectiveness using a dual tem cell and vector network analyzer,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 38, no. 3, pp. 327–333, 1996. [13](#)

- [13] B. Turetken, "Monopole antenna calibration in gtem cell," in *Proc. 10th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Sept. 14–17, 2004, pp. 298–300. [13](#)
- [14] J. P. Karst, C. Groh, and H. Garbe, "Calculable field generation using tem cells applied to the calibration of a novel e-field probe," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 44, no. 1, pp. 59–71, Feb. 2002. [13](#)
- [15] J. E. Page, *Propagación de Ondas Guiadas*. Servicio de Publicaciones de la ETSIT UPM, 1983. [17](#), [49](#)
- [16] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. New York: IEEE Press, 1991. [17](#), [23](#)
- [17] P. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*. McGraw-Hill, 1953. [19](#), [132](#)
- [18] J. Esteban Marzo, "Contribución al análisis electromagnético de estructuras cerradas mediante métodos de ajuste de campo: aplicación al diseño de componentes de radiofrecuencia," Ph.D. dissertation, Univ. Politécnica de Madrid, Madrid, Spain, 1990. [29](#), [34](#), [36](#)
- [19] J. Ruiz Cruz, "Contribución al diseño de dispositivos pasivos de microondas-milimétricas mediante técnicas de ajuste de campo," Ph.D. dissertation, Univ. Politécnica de Madrid, Madrid, Spain, 2005. [29](#), [31](#)
- [20] T. S. Chu, T. Itoh, and Y.-C. Shih, "Comparative study of mode-matching formulations for microstrip discontinuity problems," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 33, no. 10, pp. 1018–1023, Oct 1985. [36](#)
- [21] T. S. Chen, "Determination of the capacitance, inductance, and characteristic impedance of rectangular lines," *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 8, no. 5, pp. 510–519, September 1960. [40](#), [45](#)
- [22] M. A. R. Gunston, *Microwave transmission - Line Impedance Data*. Van Nostrand Reinhold Company, 1971. [40](#)
- [23] J. Yun, H. Lee, and J. Kim, "Numerical solution of higher order mode cutoff frequencies in asymmetric tem cells by galerkin method," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 41, no. 4, pp. 273–279, Nov. 1999. [42](#), [44](#)
- [24] J. Yun, H. Lee, and H. Hwang, "Straight coupled transmission-line cell for generating standard electromagnetic fields," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 44, no. 4, pp. 515–521, Nov. 2002. [48](#)
- [25] G. G. Gentili, "Properties of TE-TM Mode-Matching techniques," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 9, pp. 1669–1673, September 1991. [55](#)
- [26] J. M. Rebollar, J. Esteban, and E. Nava, "Analysis of waveguide discontinuities at zero distance," in *Proc. AP-S Antennas and Propagation Society International Symposium Digest*, vol. 2, 20–24 June 1994, pp. 1078–1081. [64](#)
- [27] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. John Wiley, 1998. [71](#), [74](#)
- [28] R. E. Collin, *Foundations For Microwave Engineering*. New York: McGraw-Hill International Editions, 1966. [71](#), [74](#)

- [29] J. G. Rhee and J. Y. Lee, "A study on the modified septum of a tem cell for an expanded test region," in *Proc. Symposium Record Electromagnetic Compatibility 1995 IEEE International Symposium on*, 14–18 Aug. 1995, pp. 543–547. [93](#)
- [30] K. Malaric and J. Bartolic, "Design of a tem-cell with increase useable test area," *Turc J Elec Engin*, vol. 11, no. 2, 2003. [93](#)
- [31] D. A. Hill, "Bandwidth limitations of tem cells due resonances," *J. Microwave Power*, vol. 18, pp. 181–195, 1983. [94](#)
- [32] P. F. Wilson and M. T. Ma, "Simple approximate expressions for higher order mode cutoff and resonant frequencies in tem cells," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 28, no. 3, pp. 125–130, Aug. 1986. [94](#)
- [33] S. Deng, D. Pommerenke, T. Hubing, and D. Shin, "An experimental investigation of higher order mode suppression in tem cells," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 50, no. 2, pp. 416–419, May 2008. [104](#)
- [34] R. De Leo, T. Rozzi, C. Svara, and L. Zappelli, "Rigorous analysis of the gtem cell," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 3, pp. 488–500, March 1991. [109](#)
- [35] P. Wilson, "On correlating tem cell and oats emission measurements," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 37, no. 1, pp. 1–16, Feb. 1995. [116](#)
- [36] P. Fornberg and C. L. Holloway, "A comparison of the currents induced on an eut in a tem cell to those induced in a free-space environment," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 49, no. 3, pp. 474–484, Aug. 2007. [116](#)